SINTEZE LYCEUM

ROMULUS SFICHI

CALEIDOSCOP DE FIZICĂ

EDITURA ALBATROS

Scanned with CamScanner

SINTEZE LYCEUM

ROMULUS SFICHI

CALEIDOSCOP DE FIZICĂ

EDITURA ALBATROS • BUCUREŞTI
1988

Scanned with CamScanner

Soției și copiilor mei — dragi
tovarăși ai vieții mele.

PREFAȚĂ

Atunci cînd m-am gîndit să alcătuesc această carte, care se adresează cu precădere tineretului școlar, am pornit de la considerentul că multor elevi, unii destul de buni la învățătură, nu le place totuși fizica și pe care dacă o învață o fac dintr-o obligație care, în cele mai multe cazuri, nu se suportă ușor.

Nu voi încerca să analizez aici cauzele care conduc la concluzia arătată și nici nu cred că această concluzie poate fi generalizată oriunde și oricînd. Cert este că fizica, sau cel puțin o mare parte din ea, la nivelul liceului, poate fi prezentată într-un mod mai atractiv.

Desigur în acest sens un rol esențial îl are experimentul făcut în laborator, în atelierele-școală sau în întreprinderile industriale.

Dar în același context este tot atît de important să știm să punem cunoștințele de fizică în legătură cu viața de zi cu zi, să privim evoluția cunoștințelor de fizică prin prisma aplicațiilor sale și a vieții oamenilor, a acelor mari personalități care, cu pasiune, dăruire și uneori cu mari sacrificii și-au adus contribuția de-a lungul veacurilor la constituirea edificiului măreț al fizicii clasice și moderne.

Cartea de față prezintă o serie de lecturi de fizică, complementare manualelor de liceu, care urmăresc principalele capitole ale acestei discipline.

Scopul urmărit este de a aprofunda cunoștințele de fizică predate în școală, inclusiv a învăța lucruri noi, într-un mod agreabil. Aceasta deoarece însăși istoria fizicii și tehnicii confirmă faptul că nu puține sînt cazurile cînd pornind de la probleme distractive, în aparență „ușoare", s-a ajuns la concluzii, de interes științific și tehnic, nebănuit de importante.

AUTORUL

Scanned with CamScanner

CONTRADICȚIA ÎNTR-O PROBLEMĂ PROPUSĂ DE ARISTOTEL

Filozoful grec Aristotel (numit și *Stagiritul* după orașul natal *Stagira*) (384—322 î.e.n.) a sintetizat cunoștințele dobîndite pînă la el, punînd bazele, în același timp, a multor discipline noi. Metafizica, cosmologia și fizica lui Aristotel, interpretate adesea denaturat, au dominat, începînd din secolul al XIII-lea, gîndirea medievală europeană; logica lui și numeroase dintre intuițiile sale în toate domeniile își păstrează încă actualitatea.

Iată o problemă, și soluția pe care o dă Aristotel, din domeniul gravitației. *O piatră datorită greutății sale cade liber și ajunge la pămînt cu o anumită viteză. Dacă punem deasupra pietrei o altă piatră cu greutatea mai mare, aceasta va imprima pietrei mai mici o viteză mai mare.*

Experiența dovedește însă că accelerația căderii libere, deci viteza cu care un corp cade, nu depinde de greutatea (sau de masa corpului), ci numai de locul unde se execută experiența. Așadar se pune problema: unde este contradicția în raționamentul lui Aristotel?

Pentru a găsi contradicția ne vom folosi de Legea lui Newton, conform căreia accelerația unui corp este direct proporțională cu forța care produce mișcarea corpului și invers proporțională cu masa inertă a corpului.

Astfel, dacă pietrei mai mici îi adăugăm o piatră avînd greutatea de n ori mai mare, forța care produce mișcarea devine într-adevăr de n ori mai mare.

Însă aceeași schimbare se produce și în valoarea masei inerte a corpului în cădere, care, de asemenea, se va mări de n ori, astfel încît raportul dintre forță și masă rămîne același. Ca urmare, sistemul format din cele două pietre cade cu aceeași viteză ca și piatra mai mică, evident în condițiile în care înălțimea de cădere este aceeași și în același loc pe Pămînt.

Scanned with CamScanner

RĂSTURNAREA PĂMÎNTULUI DE CĂTRE ARHIMEDE

Se spune că într-o zi Heron, regele Siracuzei, a primit o scrisoare de la ruda şi prietenul său, marele Arhimede (278—212 î.e.n.), prin care savantul cerea să i se dea un punct de sprijin şi va deplasa Pămîntul din poziţia lui (considerat pe acea vreme greşit ca centrul Sistemului Solar). În legătură cu această afirmaţie, pe care istoria fizicii i-o atribuie lui Arhimede, ne propunem să analizăm în ce măsură afirmaţia s-ar putea practic aplica.

1. Să admitem mai întîi că Arhimede s-ar fi gîndit la o pîrghie cu două braţe, considerînd că ar fi fost suficient să aplice forţa mîinilor la capătul unui braţ extrem de lung al pîrghiei, pentru a ridica Pămîntul.

Lucrul s-ar fi putut petrece astfel: Arhimede, după ce ar fi obţinut de la Heron punctul de sprijin solicitat, şi-ar fi confecţionat o pîrghie de lungime necesară cu rezistenţă mecanică ideală şi s-ar fi deplasat undeva în spaţiul cosmic pentru a putea acţiona asupra ei.

Pentru a deplasa Pămîntul din poziţia sa, cu ajutorul pîrghiei (de genul întîi) considerate, aceasta ar trebui să aibă braţul lung L (fig. 1) atît cît rezultă din relaţia:

$$G_1 L \geqslant Gl \Rightarrow L \geqslant \frac{G}{G_1} l, \qquad (1)$$

în care $G = 6 \cdot 10^{25}$ N este greutatea Pămîntului, $G_1 = 6 \cdot 10^2$ N ar fi greutatea proprie (a lui Arhimede), iar l — lungimea braţului scurt al pîrghiei pe care să-l considerăm de 1 m.

Din (1) rezultă numeric:

$$L \geqslant \frac{6 \cdot 10^{25}}{6 \cdot 10^2} \cdot 1 = 10^{23} \text{ km!}$$

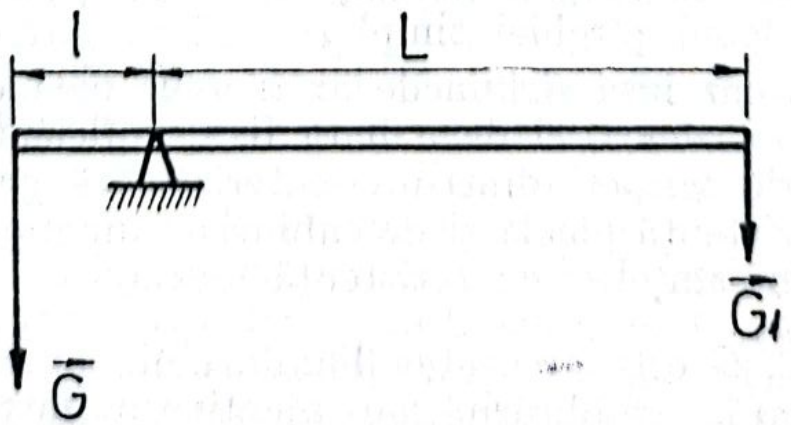

Fig. 1

Scanned with CamScanner

Aceasta înseamnă că pîrghia ar fi trebuit să fie mult mai lungă decît diametrul orbitei planetei Pluto (aproximativ 12.10^9 km) și ar fi ieșit din sistemul nostru solar.

Trebuie să reținem că, în raționamentul făcut, s-a considerat că ridicarea și mișcarea Pămîntului se face contra cîmpului gravitațional al acestuia. În realitate aceasta echivalează cu dorința de a impune globului pămîntesc o accelerație egală cu $g = 9{,}8$ m/s.^{2}.

Arhimede ar fi fost desigur mulțumit dacă reușea să mute Pămîntul din loc măcar cu un singur centimetru. Pentru aceasta ar fi fost necesar ca celălalt capăt al pîrghiei să descrie undeva în Univers un arc de cerc, care se poate calcula potrivit legii conservării energiei.

Neglijînd frecarea, lucrul mecanic necesar la ridicarea Pămîntului cu 1 cm, trebuie să fie egal cu lucrul mecanic efectuat de Arhimede la deplasarea brațului mai lung al pîrghiei:

$$G_1 L_1 = G l_1 \Rightarrow L_1 = \frac{G}{G_1} l_1. \qquad (2)$$

Numeric rezultă:

$$L_1 = \frac{6 \cdot 10^{25}}{6 \cdot 10^2} \cdot 10^{-2} = 10^{21} \text{ m} = 10^{18} \text{ km}.$$

Dacă am presupune că pentru deplasarea de 1 m a brațului lung al pîrghiei ar fi necesară 1 secundă (deplasarea cu viteză uniformă), rezultă că pentru treaba la care s-a angajat Arhimede ar fi trebuit să lucreze fără întrerupere 10^{21} secunde, adică mai mult de 30 de bilioane de ani.

2. Să efectuăm acum un calcul, considerînd că Arhimede ar fi vrut să lucreze cu o asociație de scripeți, care-i poartă numele, în locul pîrghiei simple.

În acest caz însă Arhimede ar fi avut nevoie nu de un punct fix în Cosmos, ci de o bară fixă, suficient de rigidă, de o serie de scripeți dintr-un material fără greutate, dar totuși cu rezistență ideală și de cabluri cu lungime corespunzătoare și, bineînțeles, cu rezistență ideală.

În fig. 2, G este greutatea Pămîntului, iar $\vec{F} = \vec{G}_1$ este forța necesară echilibrării sau menținerii într-o mișcare uniformă, fără nici o frecare, a sistemului. Notînd cu n nu-

Scanned with CamScanner

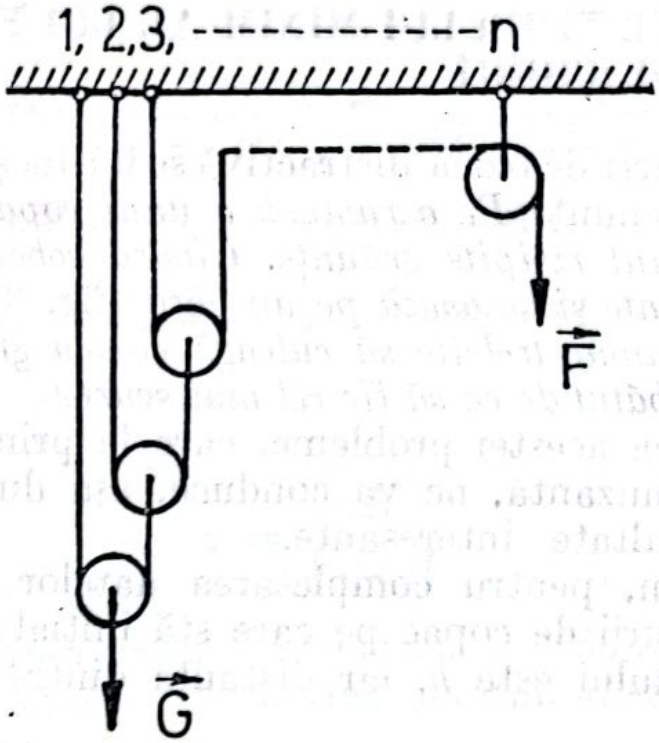

Fig. 2

mărul scripeților mobili, condiția de echilibru a sistemului este dată de relația:

$$F = \frac{G}{2^n} \Rightarrow 2^n = \frac{G}{F},$$

din care:

$$n = \frac{\log G - \log G_1}{\log 2} \tag{3}$$

Numeric, din relația (3), rezultă:

$$n = \frac{\log 6 \cdot 10^{25} - \log 6 \cdot 10^{2}}{\log 2} = \frac{23}{\log 2} \approx 76.$$

Deși în acest caz rezolvarea pare mai simplă (sînt necesari numai aproximativ 76 scripeți mobili, în loc de o bară cu lungimea de 10^{20} km), totuși condițiile tehnice de lucru sînt mai grele. Bineînțeles că și în acest caz este valabilă legea conservării lucrului mecanic. Ca urmare, pentru a ridica Pămîntul cu 1 cm ar fi necesar să se deplaseze capătul liber al cablului cu 20^{75} cm. Ne putem imagina care ar fi lungimea totală a tuturor cablurilor ce ar fi necesare în acest scop.

Iată deci că afirmația lui Arhimede nu este realizabilă. Afirmația rămîne totuși ca un simbol al economiei de forță ce se realizează prin unele mașini simple.

Scanned with CamScanner

PRINCIPIUL TIMPULUI MINIM AL LUI FERMAT ȘI ZBORUL CIORII

În unele cărți de fizică distractivă se întîlnește o problemă cu următorul enunț: *Pe o ramură a unui copac stă o cioară. Jos în curte sînt risipite grăunțe. Cioara coboară din copac, apucă un grăunte și se așază pe un gard* (fig. 3).

De unde anume trebuie să culeagă cioara grăuntele pentru ca drumul străbătut de ea să fie cel mai scurt?

Soluționarea acestei probleme, care la prima vedere este într-adevăr amuzantă, ne va conduce, așa după cum se va vedea la rezultate interesante.

Presupunem, pentru completarea datelor problemei, că înălțimea ramurii de copac pe care stă inițial cioara este H, înălțimea gardului este h, iar distanța dintre copac și gard este d.

Procedînd la soluționarea problemei, admitem că cioara apucă grăuntele din punctul M (fig. 3).

Drumul străbătut de cioară este:

$$BM + MD = l$$

Dar:

$$BM = \sqrt{x^2 + H^2}; \quad MD = \sqrt{(d - x)^2 + h^2},$$

și deci:

$$l = \sqrt{x^2 + H^2} + \sqrt{(d - x)^2 + h^2}; \quad x \in (0,\ d). \qquad (1)$$

Va trebui deci să determinăm valoarea distanței x pentru care funcția $l = f(x)$, explicitată prin (1), are valoarea minimă.

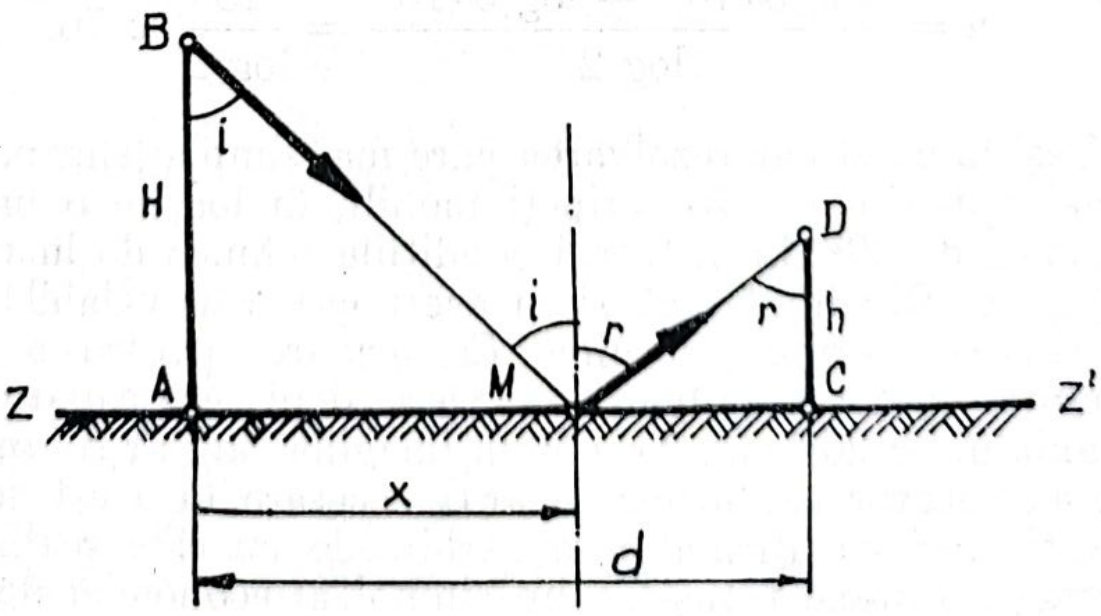

Fig. 3

Scanned with CamScanner

Avem:

$$\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}x} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + H^2}} - \frac{d - x}{\sqrt{(d - x^2) + h^2}} \tag{2}$$

Punînd condiția $\mathrm{d}l/\mathrm{d}x = 0$, se obține:

$$\frac{x}{H} = \frac{d - x}{h} \Rightarrow \operatorname{tg} i = \operatorname{tg} r \Rightarrow i = r, \tag{3}$$

sau:

$$x = \frac{dH}{h + H}. \tag{4}$$

Pentu a stabili natura extremului dat de (3) și, respectiv, (4), pentru funcția $l = f(x)$, vom determina semnul derivatei de ordinul doi:

$$\frac{\mathrm{d}^2 l}{\mathrm{d}x^2} = \frac{H^2}{(x^2 + H^2)^{3/2}} + \frac{h^2}{[(d - x)^2 + h^2]^{3/2}} \tag{5}$$

Este ușor de observat din fig. 3 că:

$$x^2 + H^2 = \left(\frac{H}{\cos i}\right)^2; \quad (d - x)^2 + h^2 = \left(\frac{h}{\cos r}\right)^2 \tag{6}$$

Înlocuind (6) în (5), se obține:

$$\frac{d^2 l}{dx^2} = \frac{\cos^3 i}{H} + \frac{\cos^3 r}{h}.$$

Deoarece atît i cît și r nu pot fi decît unghiuri ascuțite, rezultă că $d^2 l/\mathrm{d}x^2 > 0$ ceea ce înseamnă că, pentru condiția (3) sau (4), funcția $l = f(x)$ prezintă un minim al cărui valoarea rezultă înlocuind (4) în (1):

$$l_{\min} = \sqrt{d^2 + (h + H)^2}. \tag{7}$$

Presupunînd niște valori numerice plauzibile ($H = 10$ m; $h = 2$ m și $d = 12$ m) se obțin $x = 10$ m și $l_{\min} = 12\sqrt{2}$ m $\approx$ ≈ 17 m.

Soluționarea acestei probleme cu rezultatul pus atît sub forma (3) cît și (4) ne conduce la cîteva concluzii într-adevăr interesante pe care le vom trece în revistă în cele ce urmează.

Scanned with CamScanner

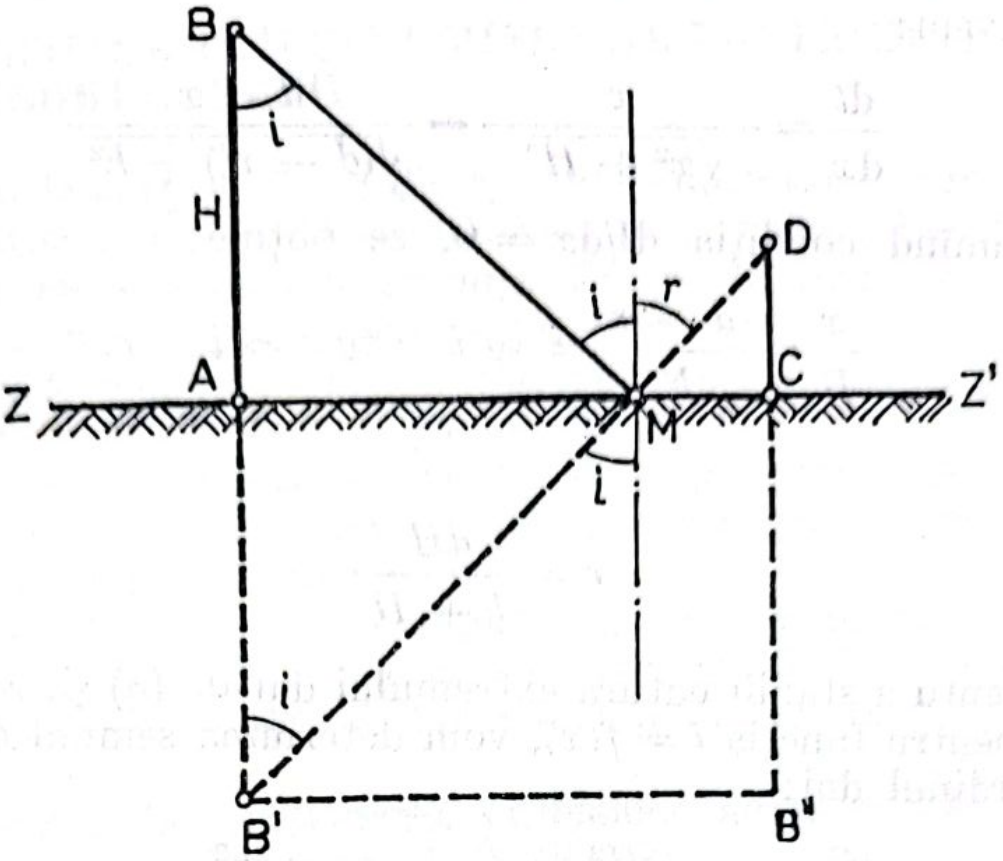

Fig. 4

1. Relația (3) dovedește că cioara va străbate drumul cel mai scurt dacă ea se va deplasa pe itinerariul unei raze de lumină care pleacă din B, se reflectă pe suprafața AC în punctul M și ajunge în D.

Astfel am ajuns la concluzia că problema în discuție poate fi considerată drept o aplicație a principiului drumului de lungime minimă (sau a timpului minim) al lui *Fermat*, întîlnit de cititor în demonstrarea legilor reflexiei și refracției luminii din optica geometrică.

2. Relația (3) permite determinarea punctului M printr-o construcție geometrică simplă (fig. 4) care constă în determinarea punctului B', simetricul punctului B în raport cu ZZ', și apoi unirea lui B' cu D. Locul de intersecție a dreptei $B'D$ cu ZZ' dă tocmai punctul M căutat.

De altfel, soluționarea problemei pe calea geometriei elementare se putea face de la început așa ($\Delta\ BAM \sim \Delta\ DCM$).

3. Din (7) se observă că între l_{min}, d și $h + H$ se respectă teorema lui Pitagora. Aceasta înseamnă că aceste elemente formează un triunghi dreptunghic ($\Delta\ DB''B'$), ceea ce ne permite reținerea cu ușurință a soluției problemei.

Scanned with CamScanner

4. Din (4) se observă că:

$$x = \frac{d}{1 + \frac{h}{H}}.$$

Deoarece practic $h = \text{const.}$, se observă ușor că pentru $H \in (0, \infty)$ rezultă $x \in (0, d)$.

O PROBLEMĂ DE „ALINIERE" ȘI DISCUȚIA EI

În anul 1974, la Institutul de construcții București, în cadrul concursului „Traian Lalescu" a fost dată următoarea problemă: *În același moment și din același punct 0, se lansează în cîmp gravitațional trei corpuri cu viteze inițiale diferite* v_1, v_2, v_3, *reprezentate în fig. 5.*

Să se găsească relația care trebuie să existe între mărimile vitezelor inițiale și unghiul α, *astfel încît, în tot timpul mișcării, cele trei corpuri să rămînă coliniare.*

Pentru soluționarea unei asemenea probleme de „aliniere" va trebui să admitem următoarele două ipoteze simplifica-

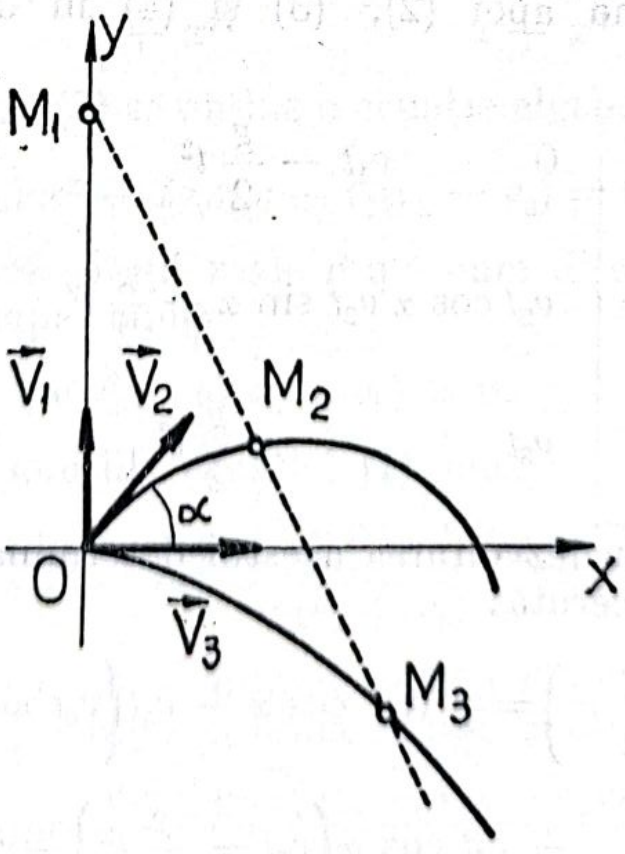

Fig. 5

Scanned with CamScanner

toare neincluse în enunțul acesteia: neglijarea rezistenței aerului și considerarea celor trei corpuri drept puncte materiale.

Pentru stabilirea condiției de coliniaritate a celor trei puncte materiale, $M_1(0, y_1)$, $M_2(x_2, y_2)$ și $M_3(x_3, y_3)$, facem la început apel la cunoștințele elementare de geometrie analitică. Condiția de aliniere constă în relația:

$$\delta = \begin{vmatrix} 0 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0. \tag{1}$$

Pentru exprimarea coordonatelor punctelor M_1, M_2 și M_3 la un moment $t > 0$, socotit din momentul lansării corpurilor, facem apel la cunoștințele de fizică:

$$y_1 = v_1 t - \frac{g}{2} t^2 \tag{2}$$

$$x_2 = v_2 t \cos \alpha; \quad y_2 = v_2 t \sin \alpha - \frac{g}{2} t^2 \tag{3}$$

$$x_3 = v_3 t; \quad y_3 = -\frac{g}{2} t^2. \tag{4}$$

Substituind apoi (2), (3) și (4) în determinantul (1) obținem:

$$\delta = \begin{vmatrix} 0 & v_1 t - \frac{g}{2} t^2 & 1 \\ v_2 t \cos \alpha & v_2 t \sin \alpha - \frac{g}{2} t^2 & 1 \\ v_3 t & -\frac{g}{2} t^2 & 1 \end{vmatrix} = 0,$$

astfel că prin dezvoltarea acestui determinant ajungem ușor la condiția cerută:

$$v_3 t \left(v_1 t - \frac{g}{2} t^2 \right) = \frac{g}{2} v_2 t^3 \cos \alpha - v_3 t \left(v_2 t \sin \alpha - \frac{g}{2} t^2 \right) -$$

$$- v_2 t \cos \alpha \left(v_1 t - \frac{g}{2} t^2 \right) = 0.$$

Scanned with CamScanner

După reducerea termenilor asemenea și împărțirea cu t^2, ($t > 0$), obținem în final relația căutată:

$$\rho_2\rho_3 \sin \alpha + \rho_1\rho_2 \cos \alpha - \rho_1\rho_3 = 0. \tag{5}$$

O asemenea problemă se pretează însă la discuții interesante. Evident, „*alinierea*" nu este posibilă dacă nu este îndeplinită condiția (5) și care, după cum se observă, are o anumită simetrie.

În plus, este de observat că dispoziția vitezelor celor trei corpuri este simetrică în raport cu axa Oy, rezultatul (5) menținîndu-se. În acest context pot fi căutate și alte dispoziții ale vitezelor celor trei corpuri pentru a se îndeplini condiția de coliniaritate, dacă nu tot timpul mișcării, măcar pentru anumite momente socotite în raport cu momentul lansării simultane a corpurilor. În cele ce urmează ne vom limita doar la condiția (5) presupunînd date ρ_1, ρ_2, ρ_3 și încercînd să determinăm α pentru care „alinierea" se menține.

În acest scop va trebui să rezolvăm ecuația (5) în raport cu necunoscuta α.

Procedînd la rezolvarea acestei ecuații, vom exprima $\sin \alpha$ și $\cos \alpha$ prin $x = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$:

$$\sin \alpha = \frac{2x}{1 + x^2}; \quad \cos \alpha = \frac{1 - x^2}{1 + x^2}. \tag{6}$$

Înlocuind (6) în (5) se obține o ecuație algebrică de forma:

$$\rho_1(\rho_2 + \rho_3)\, x^2 + 2\rho_2\rho_3 x - \rho_1(\rho_2 - \rho_3) = 0. \tag{7}$$

Ecuația (7) are soluții reale după cum discriminantul ei $\Delta \geqslant 0$, adică după cum:

$$\rho_2^2\rho_3^2 + \rho_1^2(\rho_2^2 - \rho_3^2) \geqslant 0. \tag{8}$$

În acest caz soluțiile ecuației (7) sînt:

$$x_{1,2} = \frac{-\rho_2\rho_3 \pm \sqrt{\rho_2^2\rho_3^2 + \rho_1^2(\rho_2^2 - \rho_3^2)}}{\rho_1(\rho_2 + \rho_3)}. \tag{9}$$

Menținîndu-ne doar în primul cadran al sistemului xOy, $\alpha \in (0, \pi/2)$, unica soluție posibilă pentru x este:

$$x = x_1 = \frac{\sqrt{\rho_2^2\rho_3^2 + \rho_1^2(\rho_2^2 - \rho_3^2)} - \rho_2\rho_3}{\rho_1(\rho_2 + \rho_3)}. \tag{10}$$

Scanned with CamScanner

Evident soluția (10) este acceptabilă dacă $v_2 > v_3$ și ca urmare:

$$\alpha = 2 \operatorname{arc\,tg} x = 2 \operatorname{arc\,tg} \frac{\sqrt{v_2^2 v_3^2 + v_1^2(v_2^2 - v_3^2)} - v_2 v_3}{v_1(v_2 + v_3)}. \quad (11)$$

Oprindu-ne aici cu discuția problemei, precizăm că o asemenea discuție este departe de a fi putut epuiza multitudinea aspectelor care se pot pune. Este și acesta un mic exemplu care atestă principiul continuității cunoașterii, a faptului că procesul cunoașterii este nelimitat și că orice știință rămîne mereu deschisă achiziționării de noi contribuții.

PROBLEMA SILOZULUI

Multe materiale de construcții mărunte (de exemplu cimentul), cereale sau produse alimentare (de exemplu, zahărul), se păstrează în niște construcții speciale numite silozuri. Umplerea acestor silozuri se face și prin intermediul utilizării planurilor înclinate pe care lunecă materialele ce urmează a fi puse la păstare. Aceste operații caracteristice activității practice din magazii, depozite etc. au dat naștere unei probleme de fizică (mecanică) cunoscută sub denumirea de *„problema silozului"*.

Iată în ce constă această problemă. *Un corp alunecă cu frecare și fără viteză inițială pe un plan înclinat AB de lungime l și cu unghiul de înclinare* α (fig. 6).

Ajungînd în punctul B corpul cade. Cunoscînd că înălțimea de cădere este h iar coeficientul de frecare dintre corp și planul înclinat este μ, *se cere a se determina distanța pe orizontală între piciorul perpendicularei din punctul B, pe planul orizontal, și locul de cădere al corpului pe acest plan.*

Înainte de a proceda la soluționarea problemei, trebuie să observăm, că, în mod practic, punctul D în care cade corpul trebuie să fie centrul ariei de bază a silozului (de regulă în formă de cilindru), înălțimea de cădere h fiind înălțimea silozului.

Trecînd la rezolvarea problemei, care poate fi calificată drept o *„problemă studiu"*, de interes practic, observăm că:

$$AB = l$$

Scanned with CamScanner

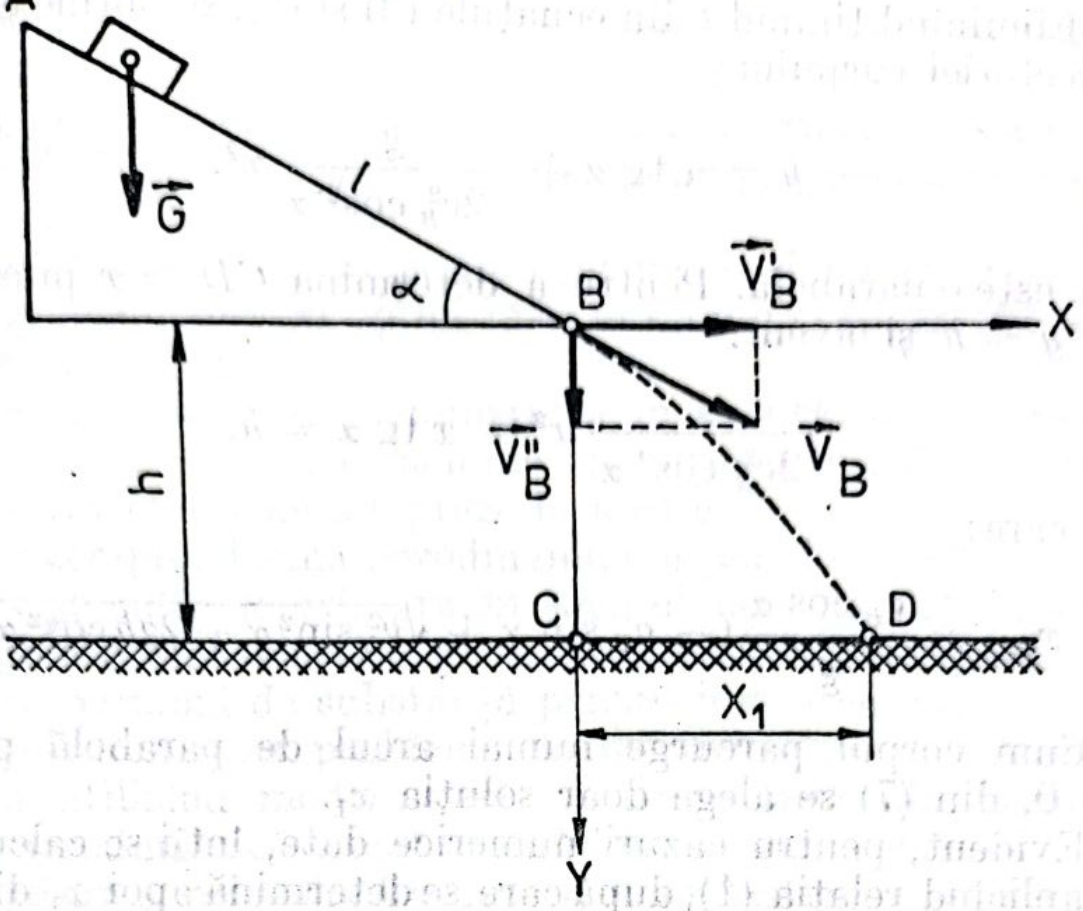

Fig. 6

și că viteza corpului în punctul B este:

$$v_B = \sqrt{2gl(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)} = \sqrt{2gl\frac{\sin(\alpha-\varphi)}{\cos\varphi}}, \quad (1)$$

în care g este accelerația gravitației terestre, iar $\varphi = \text{arc tg}\,\mu$ este unghiul de frecare.

Din (1) rezultă imediat că problema este posibilă dacă

$$\alpha > \varphi = \text{arc tg}\,\mu. \quad (2)$$

După părăsirea planului înclinat, mișcarea corpului poate fi descompusă pe două axe rectangulare de coordonate (orizontala și verticala orientată în jos) cu originea în B.

Ecuațiile mișcării vor fi:

$$x = v'_B t = v_B\, t\cos\alpha \quad (3)$$

$$y = v''_B\, t + \frac{1}{2}gt^2 = v_B t\sin\alpha + \frac{1}{2}gt^2 \quad (4)$$

Scanned with CamScanner

Eliminînd timpul t din ecuațiile (3) și (4), se obține ecuația traiectoriei corpului:

$$y = x \operatorname{tg} \alpha + \frac{g}{2v_B^2 \cos^2 \alpha} x^2, \tag{5}$$

care este o parabolă. Pentru a determina $CD = x$ punem în (5) $y = h$ și avem:

$$\frac{g}{2v_B^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \operatorname{tg} \alpha = h, \tag{6}$$

din care:

$$x_{1,2} = \frac{v_B \cos \alpha}{g} (- v_B \sin \alpha \pm \sqrt{v_B^2 \sin^2 \alpha + 2gh \cos^2 \alpha}. \tag{7}$$

Cum corpul parcurge numai arcul de parabolă pentru $x > 0$, din (7) se alege doar soluția x_1.

Evident, pentru cazuri numerice date, întîi se calculează v_B, aplicînd relația (1), după care se determină apoi x_1 din (7).

OPTIMIZAREA ȘI O PROBLEMĂ DE OPTIM ÎN TRACȚIUNE

Optimizarea ca acțiune conștientă a omului, în viața economică și socială, exprimă alegerea și aplicarea soluției celei mai potrivite, dintre mai multe variante posibile, atunci cînd trebuie să se rezolve o problemă de natură tehnico-economică cu implicații sociale mai mari sau mai mici.

Așadar, optimizarea apare pe tărîmul vieții economice și sociale în procesul *decizional*.

Cuvîntul *optim* înseamnă „cel mai bun" sau foarte bun (adecvat, potrivit, indicat etc) și ca urmare el reprezintă un superlativ.

În sens economic, optim înseamnă asigurarea celei mai mari eficiențe, sau, care asigură cel mai bine interesele urmărite. Originea acestui cuvînt se află în latinescul *optimus* (în franceză „optime") și are semnificația dată mai sus.

În sensul cel mai larg, prin optim trebuie să înțelegem un echilibru al tuturor factorilor care determină direct sau indirect un fenomen, indiferent de natura acestuia.

Maximizarea sau minimizarea unei funcții obiectiv (scop) reprezintă realizarea optimizării.

Scanned with CamScanner

Tehnica și tehnologia care urmăresc optimul constructiv și funcțional utilizează din plin metodele optimizării. Prin optimizare se obțin economii de materii prime și materiale, combustibili și energie, se scurtează timpul pentru executarea diferitelor lucrări etc.

Organizarea și conducerea economică și socială folosește de asemenea metodele optimizării în scopul creșterii eficienței acestor activități.

Este interesant de subliniat că în natură, atît în regnul vegetal cît și animal, principiile optimizării se aplică instinctiv sau din motiv de adaptare la mediu.

De exemplu, forma aerodinamică a peștilor oferă cea mai mică rezistență de mișcare în mediul acvatic, iar tulpinile unor plante sînt elastice și rezistente la rupere folosind o cantitate minimă de substanță pentru formarea lor.

Rezolvarea unor probleme de interes tehnic a fost mult ușurată utilizînd modele realizate în natură (de exemplu, forma aerodinamică a automobilelor și avioanelor).

Realizarea prin similitudine a unor sisteme tehnice care să prezinte caracteristici funcționale optime asemănătoare funcțiilor organismelor vii este, așa cum se știe, scopul principal al bionicii.

Acum însă ne vom referi la o problemă de optimizare în domeniul mecanicii, cu implicații practice directe în tracțiune, chiar dacă la prima vedere problema pare mai curînd un joc pentru copii.

Astfel, să presupunem că un copil trage o săniuță, de o anumită masă m (inclusiv încărcătura), cu o forță de tracțiune care face cu direcția de deplasare (orizontală) un unghi α (fig. 7).

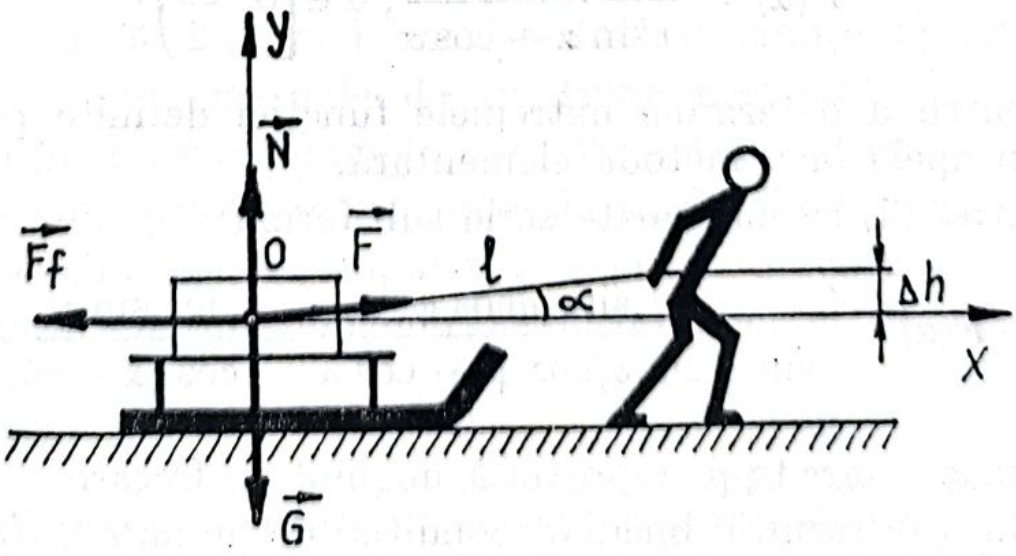

Fig. 7

Scanned with CamScanner

Problema pe care ne-o punem constă în a determina mărimea acestui unghi pentru care copilul trage sania, într-o mișcare uniformă, cu cel mai mic efort.

Luînd în considerare elementele din fig. 7, trebuie să determinăm, deci, extremele funcției $F(\alpha)$, $\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right)$, în care cu F s-a notat forța de tracțiune.

Proiectînd ecuația vectorială de echilibru,

$$\vec{F} + \vec{G} + \vec{F}_f + \vec{N} = 0,$$

pe cele două axe de coordonate rectangulare ale sistemului de referință xOy, avem:

$$F \cos \alpha - F_f = 0 \tag{1}$$

$$F \sin \alpha + N - G = 0 \tag{2}$$

Ținînd seama că greutatea săniuței $G = mg$, iar forța de frecare $F_f = \mu N$, în care μ este coeficientul de frecare al săniuței pe terenul respectiv, ecuațiile (1) și (2) capătă formele:

$$\left.\begin{aligned} F \cos \alpha - \mu N &= 0 \\ F \sin \alpha + N &= mg \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Rezolvînd sistemul de ecuații (3) doar în raport cu necunoscuta F (forța de reacțiune a planului de deplasare N nu interesează deocamdată), obținem funcția căutată:

$$F(\alpha) = \frac{\mu mg}{\mu \sin \alpha + \cos \alpha}; \alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right). \tag{4}$$

Pentru a determina extremele funcției definite prin (4) putem apela la o metodă elementară.

Astfel (4) se mai poate scrie sub forma:

$$F(\alpha) = \frac{mg \sin \varphi / \cos \varphi}{\sin \varphi \sin \alpha / \cos \varphi + \cos \alpha} = \frac{mg \sin \varphi}{\cos (\alpha - \varphi)}, \tag{5}$$

în care $\varphi = \operatorname{arc\,tg} \mu$ reprezintă unghiul de frecare.

Din (5) rezultă imediat condiția de minim a funcției $F(\alpha)$. Într-adevăr ținînd seama că $\mu = \text{const.}$, rezultă că

Scanned with CamScanner

$F(\alpha)$ are valoarea minimă atunci cînd cos $(\alpha - \varphi)$ are valoarea maximă, adică atunci cînd

$$\cos(\alpha^* - \varphi) = 1 \Rightarrow \alpha^* - \varphi = 0 \Rightarrow \alpha^* = \varphi = \text{arc tg } \mu \quad (6)$$

Așadar, efortul depus de copil este cel mai mic posibil atunci cînd unghiul de înclinare a sforii de tractare, față de orizontală, este egal cu unghiul de frecare.

Pe baza condiției (6) din (5) rezultă imediat:

$$F_{min} = mg \sin \varphi = \frac{\mu\, mg}{\sqrt{1 + \mu^2}}. \quad (7)$$

Ceea ce este foarte important din punct de vedere practic constă în aceea că pentru o anumită mărime Δh (care depinde de înălțimea și de lungimea brațelor copilului) se poate calcula lungimea optimă a sforii de tractare a săniuței.

$$l_{op} = \frac{\Delta h}{\sin \alpha^*} = \frac{\Delta h}{\sin \varphi} = \Delta h \sqrt{1 + \frac{1}{\mu^2}}. \quad (8)$$

Aceste calcule atestă de fapt o realitate pe care oamenii din cele mai vechi timpuri (de cînd folosesc tracțiunea animală și apoi pe cea mecanică) o cunosc. Scurtarea sau lungirea șleaurilor [1] (știreangurilor) funcție de felul drumului ce se parcurge ca și de mărimea animalelor de muncă este o operație pe care o cunoaște și o face orice conducător de atelaj cu tracțiune animală.

Aceasta fără să mai vorbim de importanța optimizării legăturii dintre mașinile de tracțiune mecanică și sarcina tractată în transportul modern, indiferent de natura acestuia.

Iată cum printr-un exemplu de model fizic simplu luat din domeniul jocului copiilor am putut descifra eficiența optimizării într-un domeniu tehnico-economic de maximă importanță.

---

[1] *Șleau* — curea groasă, funie rezistentă sau lanț, care se prinde de pieptarul hamului și se leagă de vehiculul tras de animale. (Se mai spune trăgătoare sau știreang.)

Scanned with CamScanner

CELEBRITATEA „MĂRULUI“ ÎN FIZICĂ

Se spune că Newton, reflectînd la ideea gravitației, a intuit că aceeași forță ce produce căderea unui măr spre Pămînt, determină și mișcarea Lunii în jurul Pămîntului. Anecdota cu mărul a fost răspîndită mai întîi de nepoata preferată a lui Newton, pe nume Ecaterina Barton, care i-a povestit-o marelui gînditor și scriitor francez *Voltaire* (1694—1778) și care la rîndul său a transmis-o mai departe.

Astfel, Voltaire relatează că Newton, aflîndu-se într-o seară în grădină sub un pom, vede căzînd un măr. Gîndind asupra acestui fapt, îi trece prin minte că toate corpurile cad, atît la suprafața Pămîntului cît și în puțuri, fie la nivelul mării, fie în vîrful munților. Se întreabă atunci: *Pînă la ce înălțime se va fi întinzînd această acțiune a Pămîntului?*

Ridicînd ochii în sus vede Luna strălucind pe cer și se întreabă: *Dar atunci, de ce nu cade pe Pămînt?*

Meditează îndelung asupra acestor chestiuni și ajunge să descopere gravitația universală.

Pentru a stabili cît de verosimilă este relatarea transmisă de Voltaire, trebuie să constatăm că, într-adevăr, așa cum rezultă din biografia lui Newton, continuitatea muncii lui la Trinity College din Cambridge (ca student și apoi ca profesor) a fost întreruptă în perioada anilor 1664—1667 ca urmare a unei serioase calamități care s-a abătut asupra Angliei acelor ani — epidemia de ciumă.

În acea perioadă, Newton s-a retras în localitatea sa natală Woolsthorpe (o mică așezare rurală, în vecinătatea orășelului Grantham). Acolo, la ferma mamei sale, în timpul acestei vacanțe forțate de 18 luni, Newton a conceput aproape toate descoperirile sale de mai tîrziu, care l-au făcut celebru.

Astfel, în această perioadă a realizat și pus la punct un instrument de calcul extrem de valoros: metoda fluxiunilor (directe și inverse) cum l-a numit el, sau calculul diferențial și integral, cum îl numim noi astăzi. Tot în acești ani, lui Newton i-au încolțit în minte primele gînduri referitoare la gravitația universală. Acestor ani le aparține și întîmplarea cu mărul cînd, Newton, în liniștea livezii fermei părintești, reflecta, se documenta și urmărea atent mișcările planetelor, ale Lunii, ale căderii către sol a corpurilor grele.

Se pare că întîmplarea cu mărul, care a făcut înconjurul lumii, nu este totuși o simplă anecdotă.

Scanned with CamScanner

Cîteva însemnări lăsate de Newton, și de prietenii săi, arată că, efectiv, mărul (care, așa cum relatează Voltaire, în cădere probabil l-a lovit pe Newton, în timp ce medita la umbra unui pom) a contribuit și el, într-o oarecare măsură, pentru a-l orienta către marea sa descoperire care l-a făcut nemuritor.

Fără îndoială că nu poate fi vorba de faptul că mărul prin căderea sa i-ar fi sugerat lui Newton ideea existenței forței gravitaționale, deoarece aceasta a constituit, se știe, obiectul preocupării și altor cercetători, precursori a lui Newton, printre care: Leonardo da Vinci, Copernic, Kepler, Hooke, Halley.

Plauzibil rămîne însă faptul, așa cum rezultă și din relatarea lui Voltaire, că întîmplarea cu scăderea mărului asociată cu contemplarea mișcării Lunii i-a dat de gîndit lui Newton cu privire la limita pînă la care se întinde forța gravitațională și de ce depinde. Semnificativ în acest sens este răspunsul pe care l-a dat Newton atunci cînd a fost întrebat cum a ajuns la descoperirea legii atracției universale: „*Gîndindu-mă neîncetat la dînsa*".

De asemenea, este de reținut că Newton a fost primul care a avut ideea unui satelit al Pămîntului construit și lansat de om.

Că întîmplarea cu mărul a devenit cunoscută în toată lumea la timpul respectiv o atestă și faptul că pomul cu pricina, din care a căzut mărul, era arătat tuturor celor care veneau din toate colțurile lumii pentru a-l vedea, iar atunci cînd — de bătrînețe — pomul s-a desfăcut, bucățile lui au fost împărțite între descendenții lui Newton și admiratorii săi, toți aceștia păstrîndu-le ca pe niște relicve istorice.

.....

În legătură cu această anecdotă (care, așa cum s-a arătat, se pare că a fost o realitate), ne propunem în cele ce urmează să calculăm cîteva elemente ce caracterizează interacțiunea gravitațională dintre cele două corpuri discutate: mărul și Pămîntul.

Astfel, considerînd că un măr cu masa $m = 120$ g cade spre Pămînt dintr-un pom de la înălțimea $h_1 = 4$ m, ne propunem să determinăm pe ce distanță se deplasează Pămîntul în cîmpul gravitațional al mărului, precum și viteza celor două corpuri la întîlnire.

Pentru simplificarea calculelor vom presupune că cele două corpuri alcătuiesc un sistem mecanic izolat.

Scanned with CamScanner

Procedînd la rezolvarea acestei probleme, vom nota cu M — masa Pămîntului, aplicînd legea conservării impulsului,

$$mv_1 - Mv_2 = 0 \Rightarrow \frac{m}{M} = \frac{v_2}{v_1}, \qquad (1)$$

în care v_1 și v_2 sînt vitezele celor două corpuri.

Dacă Δt este durata deplasării mărului spre Pămînt, atunci:

$$h_1 = v_{med}(\Delta t) = \frac{1}{2} v_1(\Delta t). \qquad (2)$$

În același interval de timp Δt, Pămîntul s-a deplasat spre măr pe distanța:

$$h_2 = v_{med}(\Delta t) = \frac{1}{2} v_2(\Delta t). \qquad (3)$$

Făcînd raportul celor două distanțe și ținînd seama de (1), avem:

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{m}{M}. \qquad (4)$$

Ținînd seama că masa Pămîntului $M = 5{,}96 \cdot 10^{24}$ kg, din (4) rezultă:

$$h_2 = h_1 \frac{m}{M} = 4 \frac{120 \cdot 10^{-3}}{5{,}90 \cdot 10^{24}} \approx 8 \cdot 10^{-26} \text{ m}.$$

Potrivit formulei lui Galilei (Torricelli), avem:

$$v_1 = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 4} \approx 8{,}85 \text{ m/s}.$$

Tot din (4) rezultă:

$$v_2 = \frac{m}{M} v_1 = \frac{120 \cdot 10^{-3}}{5{,}96 \cdot 10^{24}} \cdot 8{,}85 \approx 1{,}8 \cdot 10^{-25} \text{ m/s}.$$

După cum se vede, valorile h_2 și v_2 sînt extrem de mici, dar rezultatele sînt interesante prin faptul că se poate afirma că dacă mărul cade în cîmpul gravitațional al Pămîntului (fapt vizibil), la rîndul său și *Pămîntul cade în cîmpul gravitațional al mărului.*

Scanned with CamScanner

STABILIREA UNOR ADEVĂRURI ÎN PROBLEME DE CIRCULAȚIE

Circulația cît mai fluentă și fără accidente pe drumurile publice a autovehiculelor este deziderатul permanent al societății moderne. Dar, din păcate, există suficiente abateri de la reglementările legale privind circulația pe drumurile publice, care de multe ori se soldează cu accidente.

Stabilirea adevărului în legătură, în special, cu vitezele pe care le aveau autovehiculele atunci cînd erau implicate într-un accident sau atunci cînd s-au încălcat unele prevederi legale privind circulația, după consumarea faptelor ca atare, se poate face pentru multe cazuri concrete, folosind cunoștințele elementare de mecanică din fizică.

Ne vom referi la două cazuri, dintre care al doilea fiind mai deosebit.

1. *Un automobilist afirmă că deplasîndu-se pe o porțiune de șosea orizontală și plană, spre a evita un accident, a redus viteza automobilului de la 72 km/h la zero pe distanța de 16 m.*

Putem oare să credem afirmația făcută de automobilist?

Pentru simplificarea raționamentelor pe care o să le facem vom neglija frecările cu aerul.

Pentru a da răspunsul la întrebarea pusă putem aplica, de pildă, teorema variației energiei cinetice pe distanța de frînare a automobilului:

$$\frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = -F_f d, \qquad (1)$$

în care m este masa automobilului, d — distanța de frînare, $v_1 = 0$ — viteza auomobilului în punctul în care acesta se oprește, v_0 — viteza automobilului în momentul în care acesta începe să frîneze, iar F_f — forța de frecare la alunecare între roțile automobilului și șosea.

Deci:

$$\frac{mv_0^2}{2} = F_f d. \qquad (2)$$

Dar $F_f = \mu mg$, în care μ este coeficientul de frecare la alunecare, iar g — accelerația gravitației terestre.

Scanned with CamScanner

Ca urmare,

$$\frac{mv_0^2}{2} = \mu mg\, d \Rightarrow \mu = \frac{v_0^2}{2gd}. \qquad (3)$$

Luînd în considerare datele numerice considerate, din (3) rezultă:

$$\mu = \frac{400}{2 \cdot 9{,}81 \cdot 16} \approx 1{,}27\,; v_0 = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}. \qquad (4)$$

Rezultatul (4) este imposibil, deoarece totdeauna $\mu < 1$.

La frînarea roţilor pe asfalt uscat, de exemplu, $\mu = 0{,}28 \div 0{,}76$. Aşadar, automobilistul în cauză nu poate fi crezut. Exemplul prezentat constituie în acelaşi timp o problemă cu datele de intrare incompatibile.

Într-adevăr ţinînd seama de valorile practice ale lui μ, distanţa de frînare rezultă din (3):

$$d = \frac{v_0^2}{2\,\mu g}, \qquad (5)$$

şi este mai mare de 16 m pentru datele numerice considerate.

2. *Un conducător auto circulînd pe o şosea rectiline şi orizontală, oprit de un agent de circulaţie pentru că n-ar fi respectat viteza legală în localităţi, $v = 60$ km/h, susţine că ar fi circulat reglementar.*

În automobil agentul de circulaţie a găsit un vas în formă de cilindru circular drept fixat rigid, prin baza sa, de podeaua automobilului şi care avea diametrul bazei $d = 40$ cm, înălţimea $h = 50$ cm şi avea apă pînă la jumătate. Punctul cel mai înalt al peretelui interior udat al vasului era la $h_1 = 22$ cm deasupra apei. După începerea frînării, automobilul a mai parcurs $s = 15$ m pînă la oprire, ceea ce s-a putut constata prin urmele lăsate de cauciucuri pe şosea.

Evident, se pune întrebarea: cine a avut dreptate?

Pentru stabilirea adevărului, trebuie să constatăm că în timpul frînării intervine forţa de inerţie F_i, iar suprafaţa apei (oglinda acesteia) din vas ia forma A_1B_1 (fig. 8), astfel că punctul cel mai înalt B_1, al peretelui interior udat al vasului, este definit prin cota $BB_1 = h_1$ deasupra apei.

Scanned with CamScanner

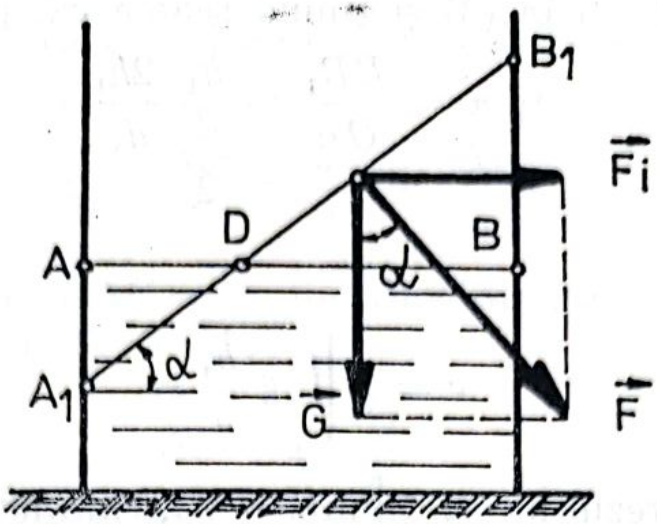

Fig. 8

Pentru a lua drept bună indicația dată de nivelul atins de apă în timpul frînării, este necesar ca:

$$h_1 + \frac{h}{2} \leqslant h \Rightarrow h_1 \leqslant \frac{h}{2}, \tag{1}$$

deoarece în caz contrar apa va curge din vas, chiar dacă vasul are o poziție fixă.

Se observă că relația (1) este îndeplinită de datele numerice luate în considerație:

$$h_1 = 22 \text{ cm} < \frac{h}{2} = \frac{50}{2} = 25 \text{ cm}.$$

Este de asemenea de presupus că nu s-a intervenit asupra vasului de nici o persoană din cele aflate în discuție sau eventual alte persoane ce s-ar fi aflat în automobil.

O particulă de apă, de masă m, aflîndu-se în echilibru dinamic pe suprafața A_1B_1, rezultanta $\vec{F} = \vec{G} + \vec{F}_i = m(\vec{g} + \vec{a})$, este perpendiculară pe suprafața A_1B_1. Rezultă că

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_i}{G} = \frac{a}{g} \Rightarrow a = g \operatorname{tg} \alpha. \tag{2}$$

Conform formulei lui Galilei, viteza cu care circula automobilistul în momentul în care a început frînarea era:

$$v = \sqrt{2as}. \tag{3}$$

Scanned with CamScanner

Înlocuind (2) în (3) și ținînd seama că, potrivit (fig. 8),

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{BB_1}{OB} = \frac{h_1}{\frac{d}{2}} \frac{2h_1}{d},$$

avem:

$$v = 2\sqrt{g\frac{h_1}{d}s}. \qquad (4)$$

Numeric rezultă $v \approx 18$ m/s $= 64{,}8$ km/h $> v_M = 60$ km/h și deci agentul de circulație a avut dreptate.

COMPARAREA ȘI OMOLOGAREA UNOR RECORDURI SPORTIVE

În stadiul actual de dezvoltare a științei și tehnicii privind creșterea preciziei de măsurare a diverse mărimi fizice, omologarea rezultatelor unor probe și recorduri sportive implică o deosebită atenție în scopul evitării comiterii unor erori inadmisibile. În cele ce urmează ne vom referi la o anumită categorie de concursuri sportive care privesc aruncarea diferitelor corpuri ca: ciocan, disc, suliță etc., ținute în localități situate pe latitudini diferite și la diferite altitudini față de nivelul mării (nivelul de referință).

Să considerăm, de exemplu, cazul aruncării unui corp greu cu o viteză inițială v_0 sub un unghi α față de planul orizontal, care este în același timp și planul terenului pe care se face aruncarea.

Neglijînd rezistența aerului, distanța la care cade corpul aruncat față de punctul de lansare este:

$$L = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\alpha, \qquad (1)$$

în care g este accelerația gravitației terestre în locul respectiv.

Presupunînd că v_0 și α sînt constante, rezultă că:

$$L = \frac{C}{g}; \quad C = v_0^2 \sin 2\alpha = \text{const.} \qquad (2)$$

Scanned with CamScanner

Eroarea relativă de măsură comisă asupra lui L rezultă din (2):

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta C}{C} + \frac{\Delta g}{g}. \tag{3}$$

Ținînd seama că $\Delta C = 0$, din (3) rezultă că eroarea absolută de măsură a lui L este:

$$\Delta L = L \frac{\Delta g}{g}. \tag{4}$$

În (4) Δg reprezintă eroarea absolută de măsură asupra lui g și care de fapt este variația accelerației gravitaționale datorită variației altitudinii sau latitudinii.

Să considerăm mai întîi Δg (și deci și ΔL) ca funcție de altitudine. Pentru aceasta vom porni de la relația care exprimă legea atracției universale:

$$G_0 = mg_0 = K \frac{mM}{r_0^2}, \tag{5}$$

în care g_0 reprezintă valoarea accelerației gravitaționale la suprafața Pămîntului considerat de formă sferică cu raza r_0, m — masa corpului aruncat, M — masa Pămîntului, iar K — constanta atracției universale.

Aceeași lege scrisă pentru $r > r_0$ conduce la:

$$G = mg = K \frac{mM}{r^2}. \tag{6}$$

Dacă $r = r_0 + h$ în care h reprezintă altitudinea la care se află corpul considerat față de nivelul mării (nivelul de referință), prin compararea (5) cu (6) rezultă:

$$\frac{g}{g_0} = \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 \Rightarrow g = g_0 \left(\frac{r_0}{r}\right)^2. \tag{7}$$

Deoarece $h^2 \ll r_0^2$ relația (7) devine:

$$g = \frac{g_0 r_0^2}{(r_0 + h)^2} = \frac{g_0}{\left(1 + \frac{h}{r_0}\right)^2} \approx \frac{g_0}{1 + 2h/r_0}. \tag{8}$$

Scanned with CamScanner

De asemenea, deoarece $4h^2 \ll r_0^2$, relația (8) se mai poate scrie și sub forma:

$$g \approx g_0\left(1 - \frac{2h}{r_0}\right). \tag{9}$$

Din (9) determinăm Δg:

$$\Delta g = g_0 - g = \frac{2g_0 h}{r_0} \Rightarrow \frac{\Delta g}{g_0} = \frac{2h}{r_0}. \tag{10}$$

Dacă se consideră $h = 1$ km, avînd în vedere $r_0 \approx 6\,370$ km din (10) rezultă $\Delta g/g_0 = 3{,}1 \cdot 10^{-4}$.

Revenind la relația (4) în care luăm $g = g_0$, avem:

$$\Delta L = L\frac{\Delta g}{g_0} = 3{,}1 \cdot 10^{-4}\, L. \tag{11}$$

Dacă se ia $L = 100$ m, rezultă $\Delta L = 3{,}1$ cm.

Aceasta înseamnă că variația distanței L la care este aruncat corpul, datorită variației accelerației gravitaționale în funcție de altitudine, este mai mare ca eroarea absolută de măsurare a distanțelor la concursurile sportive și care, la ora actuală, este de 1 cm.

Ca urmare, rezultatele obținute la concursurile sportive de aruncare a greutăților, ținute în localități situate la aceeași latitudine, însă la altitudini diferite față de nivelul mării (nivelul de referință) nu sînt comparabile între ele, dacă diferența de altitudine între localități este mai mare de circa 320 m.

Pentru a putea compara două distanțe de aruncare, a aceleiași greutăți, L și L_0 este necesar ca acestea să fie raportate la același nivel de referință (nivelul mării):

$$L = \frac{C}{g};\quad L_0 = \frac{C}{g_0} \Rightarrow L_0 = L\frac{g}{g_0}. \tag{12}$$

Relația (12_3) ne permite să determinăm distanța L_0 la care ar fi aruncat corpul la nivelul mării (nivelul de referință) unde accelerația gravitației terestre este g_0, în funcție de distanța L la care este aruncat corpul cu aceeași viteză inițială v_0 și sub același unghi α față de planul orizontal, într-o localitate situată la o altitudine h față de nivelul mării și unde accelerația gravitației este g.

Scanned with CamScanner

Să luăm acum în considerație și influența latitudinii λ, a locului unde are loc concursul sportiv, asupra distanței la care cade un corp aruncat cu aceeași viteză inițială v_0 și sub același unghi α față de planul orizontal, dacă altitudinea locului $h = 0$, adică la nivelul de referință (nivelul mării).

Se poate utiliza în acest scop relația cunoscută:

$$g = g_0(1 - k\cos^2\lambda), \tag{13}$$

în care $k = 3{,}46 \cdot 10^{-3}$ este un coeficient numeric, g_0 — accelerația gravitației terestre la nivelul mării și la ecuator ($g_0 \approx 9{,}8$ m/s^2), Pămîntul fiind considerat sferic, în mișcare de rotație în jurul axei polilor, iar g — accelerația gravitației terestre la nivelul mării și la latitudinea $\lambda > 0$.

Din (13), avem:

$$g_0 = \frac{g}{1 - k\cos^2\lambda} \approx g(1 + k\cos^2\lambda), \tag{14}$$

sau:

$$g_0 = g + \Delta g; \quad \Delta g = gk\cos^2\lambda. \tag{15}$$

Revenind la relația (4) și ținînd seama de (15_2), avem:

$$\Delta L = L - L_0 = L\,\Delta g/g = Lk\cos^2\lambda. \tag{16}$$

Dacă $\lambda = 45°$ din (16) rezultă:

$$\Delta L = 3{,}46 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1}{2} L = 1{,}73 \cdot 10^{-3} L. \tag{17}$$

În sfîrșit, dacă în (17) luăm $L = 100$ m, rezultatul $\Delta L = 0{,}173$ m $= 17{,}3$ cm. Aceasta înseamnă că variația distanței la care cade un corp lansat cu aceiași viteză inițială, sub același unghi față de planul orizontal, în două localități diferite, situate la nivelul mării (același nivel de referință), însă la latitudini diferite $\lambda_0 = 0$ și $\lambda = 45°$ este mai mare decît eroarea absolută de măsurare a distanțelor la probele sportive și care este de 1 cm. Deci rezultatele probelor sportive de aruncare a diferitelor corpuri: ciocan, disc, suliță etc. în astfel de localități nu sînt comparabile.

Rezumînd raționamentele expuse trebuie să reținem în final că, *pentru a compara și omologa recordurile referitoare la distanțele la care sînt aruncate diferite corpuri la concursuri sportive desfășurate în localități cu altitudini și latitudini dife-*

Scanned with CamScanner

rite, este necesar ca distanțele de aruncare să fie raportate la altitudinea $h = 0$ și latitudinea $\lambda = 0$ (sau în orice caz la aceeași altitudine și latitudine).

Raportarea distanțelor respective la $h = 0$ și $\lambda = 0$ înseamnă calculul acestora la nivelul mării (nivelul de referință) și la ecuator.

PRIMELE ZBORURI ÎN COSMOS ALE OMULUI

Pătrunderea în cosmos a primilor oameni constituie, desigur, cel mai uimitor eveniment și cel mai mare succes al științei și tehnicii din epoca noastră. Data de 12 aprilie 1961, cînd primul cosmonaut al lumii *Iuri Alexeevici Gagarin* (1934—1968) înconjoară prima oară Pămîntul și datele de 6 și 7 august 1961, cînd cel de-al doilea cosmonaut al lumii *Gherman Stepanovici Titov* înconjoară de 17 ori Pămîntul vor rămîne în istoria civilizației umane.

În cele ce urmează ne propunem a efectua cîteva calcule referitoare la traiectoriile în Cosmos descrise de navale cosmice *Vostok I* și *Vostok II*, ale acestor doi cuceritori ai cosmosului.

Fie h_1 și h_2 respectiv *perigeul* (înălțimea minimă de zbor deasupra Pămîntului) și *apogeul* (înălțimea maximă deasupra Pămîntului). Știind că satelitul se mișcă pe o elipsă (sub acțiunea forței de atracție newtoniană a Pămîntului considerat cu centrul situat în unul din focarele elipsei) vom constata că cele două mărimi menționate mai sus — perigeul și apogeul — sînt suficiente pentru determinarea tuturor elementelor geometrice și mecanice ale zborurilor considerate. Avînd în vedere notațiile obișnuite ale elementelor geometrice ale

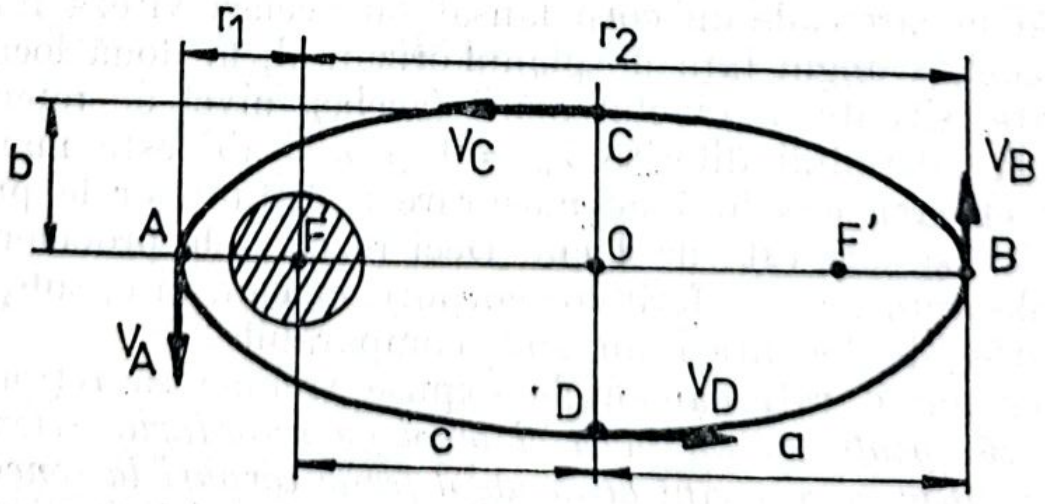

Fig. 9

Scanned with CamScanner

elipsei (notate în fig. 9), se deduc ușor distanța minimă $r_1 = AF$ de la focar la perigeul A, precum și distanța maximă $r_2 = BF$ de la focar la apogeul B:

$$r_1 = h_1 + R; \quad r_2 = h_2 + R, \tag{1}$$

în care cu R s-a notat raza Pămîntului.

Lngimea a a semiaxei mari a elipsei, precum și semidistanța c între focarele F și F' rezultă imediat:

$$2a = r_1 + r_2 \Rightarrow a = \frac{r_1 + r_2}{2}. \tag{2}$$

$$c = a - r_1 = r_2 - a = \frac{r_2 - r_1}{2}. \tag{3}$$

Semiaxa b a elipsei și parametrul său p sînt:

$$b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{r_1 r_2}; \quad p = \frac{b^2}{a} = \frac{2r_1 r_2}{r_1 + r_2}. \tag{4}$$

Excentricitatea e a elipsei este:

$$e = \frac{c}{a} = \frac{r_2 - r_1}{r_1 + r_2}. \tag{5}$$

Razele de curbură ρ_A și ρ_B ale elipsei în punctele A și B sînt egale și date de expresia:

$$\rho_A = \rho_B = \frac{b^2}{a} = p = \frac{2r_1 r_2}{r_1 + r_2}. \tag{6}$$

Razele de curbură în C și D sînt:

$$\rho_C = \rho_D = \frac{a^2}{b} = \frac{(r_1 + r_2)^2}{4\sqrt{r_1 r_2}}. \tag{7}$$

Aria A a întregii elipse este:

$$A = \pi ab = \frac{\pi}{2}(r_1 + r_2)\sqrt{r_1 r_2}. \tag{8}$$

Iată deci că toate caracteristicile geometrice ale traiectoriei, în formă de elipsă, a unui satelit al Pămîntului se pot exprima, într-adevăr, în funcție de perigeu și apogeu.

Scanned with CamScanner

Să trecem acum, la determinarea caracteristicilor mecanice ale unei asemenea traiectorii.

Notînd $k = fM_p$, în care f este constanta atracției universale, iar M_p — masa Pămîntului, accelerațiile satelitului în punctele A, B, C, D vor fi:

$$g_A = \frac{k}{r_1^2}\,;\; g_B = \frac{k}{r_2^2}\,;\quad g_C = g_D = \frac{k}{a^2} = \frac{4k}{(r_1 + r_2)^2}, \tag{9}$$

iar direcțiile lor vor corespunde razelor vectoare AF, BF, CF, DF cu sensul spre focarul F.

Notînd cu v_A și v_B vitezele satelitului în A și B, avem:

$$g_A = \frac{k}{r_1^2} = \frac{v_A^2}{\rho_A}\,;\; g_B = \frac{k}{r_2^2} = \frac{v_B^2}{\rho_B}\,. \tag{10}$$

Înlocuind (6) în (10) și explicitînd v_A și v_B obținem:

$$v_A = \sqrt{\rho_A \frac{k}{r_1^2}} = \sqrt{\frac{2kr_2}{r_1(r_1 + r_2)}}\,. \tag{11}$$

$$v_B = \sqrt{\rho_B \frac{k}{r_2^2}} = \sqrt{\frac{2kr_1}{r_2(r_1 + r_2)}}\,. \tag{12}$$

În C, D întrucît accelerațiile gravitaționale nu sînt dirijate după normalele la traiectorie, trebuie să le proiectăm, pe aceste normale, adică, practic să le proiectăm pe CD. Vom obține pentru proiecții valorile:

$$g'_C = g'_D = \frac{4k}{(r_1 + r_2)^2} \cdot \frac{b}{a} = \frac{8k\sqrt{r_1 r_2}}{(r_1 + r_2)^3}. \tag{13}$$

Și deci, notînd cu v_C și v_D vitezele satelitului în C și D obținem:

$$\frac{v_C^2}{\rho_C} = \frac{v_D^2}{\rho_D} = g'_C = g'_D = \frac{8k\sqrt{r_1 r_2}}{(r_1 + r_2)^3}. \tag{14}$$

Înlocuind (7) și (14) și explicitînd $v_C = v_D$, avem:

$$v_C = v_D = \sqrt{\frac{2k}{r_1 + r_2}}\,. \tag{15}$$

Deoarece $r_1 < r_2$ se constată ușor că viteza maximă este în A la perigeu, iar viteza minimă în B la apogeu.

Scanned with CamScanner

Se observă ușor că între vitezele v_A, v_B, v_C, v_D și distanțele lor r_1, r_2, b, b' ($b = b'$) măsurate pe perpendiculare de la focarul F există relația:

$$v_A r_1 = v_B r_2 = v_C b = v_D b' = \sqrt{\frac{2kr_1r_2}{r_1 + r_2}} = \sqrt{pk} = \omega. \quad (16)$$

Egalitățile (16) exprimă legea ariilor a lui Kepler, iar ω este dublul vitezei areolare a satelitului.

Rezultă pentru perioada T siderală de rotație a satelitului în jurul Pământului valoarea:

$$T = \frac{A}{\frac{1}{2}\omega} = \pi(r_1 + r_2)\sqrt{\frac{r_1 + r_2}{2k}}, \quad (17)$$

ceea ce corespunde întocmai celei de-a treia legi a lui Kepler:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{k}}. \quad (18)$$

Să aplicăm acum aceste rezultate pentru determinarea caracteristicilor traiectoriilor din călătoriile primilor doi cosmonauți *Iuri Alexeevici Gagarin* și *Gherman Stepanovici Titov*.

Din datele publicate în presa vremii, în cazul lui *Gagarin*, $h_1 = 181$ km și $h_2 = 327$ km.

Elementele geometrice ale elipsei sînt, pentru $R = 6378$ km.

$r_1 = 6\,559$ km; $r_2 = 6\,705$ km

$a = 6\,632$ km; $c = 73$ km

$b = 6\,631{,}6$ km; $p = 6\,631{,}2$ km;

$$e = \frac{73}{6\,632} = 0{,}011$$

Se observă că elipsa lui *Gagarin* este foarte apropiată de un cerc. Elementele mecanice ale traiectoriei lui *Gagarin* sînt:

$$\omega = \sqrt{pk} = \sqrt{6631{,}2 \cdot 399\,000} = 51\,400 \ \ k^2/s,$$

$$k = 399\,000 \ \ km^3/s^2$$

Scanned with CamScanner

Din (6) rezultă vitezele A, B, C și D:

$$v_A = \frac{\omega}{r_1} = \frac{51\,400}{6\,559} = 7{,}84 \text{ km/s.}$$

$$v_B = \frac{\omega}{r_2} = \frac{51\,400}{6\,705} = 7{,}66 \text{ km/s}$$

$$v_C = v_D = \frac{\omega}{b} = \frac{51\,400}{6\,631{,}6} = 7{,}75 \text{ km/s}$$

Perioada siderală de rotație, conform (17) este:

$$T = 3{,}1416\sqrt{\frac{6\,559 + 6\,705}{2 \cdot 399\,000}} = 5\,273\text{s} \approx 1\text{h } 30\text{ m.}$$

În cazul lui *Titov*, $h_1 = 178$ km și $h_2 = 257$ km.

Elementele geometrice ale traiectoriei eliptice a lui *Titov* au fost:

$$r_1 = 6556 \text{ km}; \qquad r_2 = 6635 \text{ km}$$

$$a = 6595{,}5 \text{ km}; \qquad c = 39{,}5 \text{ km}$$

$$b = 6595{,}3 \text{ km}; \qquad p = 6595{,}1 \text{ km}$$

$$e = \frac{39{,}5}{6595{,}5} = 0{,}006$$

Se constată deci că elipsa lui *Titov* a fost și mai apropiată de cerc decît cea a lui *Gagarin*.

Elementele mecanice ale traiectoriei sînt:

$$\omega = \sqrt{pk} = \sqrt{6\,595{,}1 \cdot 399\,000} = 51\,300 \text{ km}^2/\text{s.}$$

Rezultă pentru vitezele din A, B, C și D valorile:

$$v_A = \frac{51\,300}{6\,556} = 7{,}83 \text{ km/s.}$$

$$v_B = \frac{51\,300}{6\,635} = 7{,}73 \text{ km/s}$$

$$v_C = v_D = \frac{51\,300}{6\,595{,}3} = 7{,}78 \text{ km/s}$$

Scanned with CamScanner

După cum se observă viteza pe traiectorie a lui *Titov* a fost aproape constantă.

Perioada siderală de rotație este:

$$T = 3{,}1416 \sqrt{\frac{13\,191}{2 \cdot 399\,000}} = 5\,340 \text{ s} = 89 \text{ min} =$$

$$= 1\text{h } 29 \text{ min.}$$

Așadar, *Gagarin* a zburat mai sus, iar *Titov* mai mult.

TUNELE IMAGINARE PRIN PĂMÎNT

Întîlnită sub formă de problemă sau sub formă de „curiozitate" în fizica distractivă, tunelul (tunelele) ce străbate (străbat) Pămîntul prin care cad corpuri de la suprafața acestuia oferă cititorului nu numai destindere și amuzament, dar și interesante considerații de ordin științific. Astfel, imaginîndu-ne că un corp de masă m cade de la suprafața Pămîntului prin centrul acestuia (fig. 10), se pune problema deter-

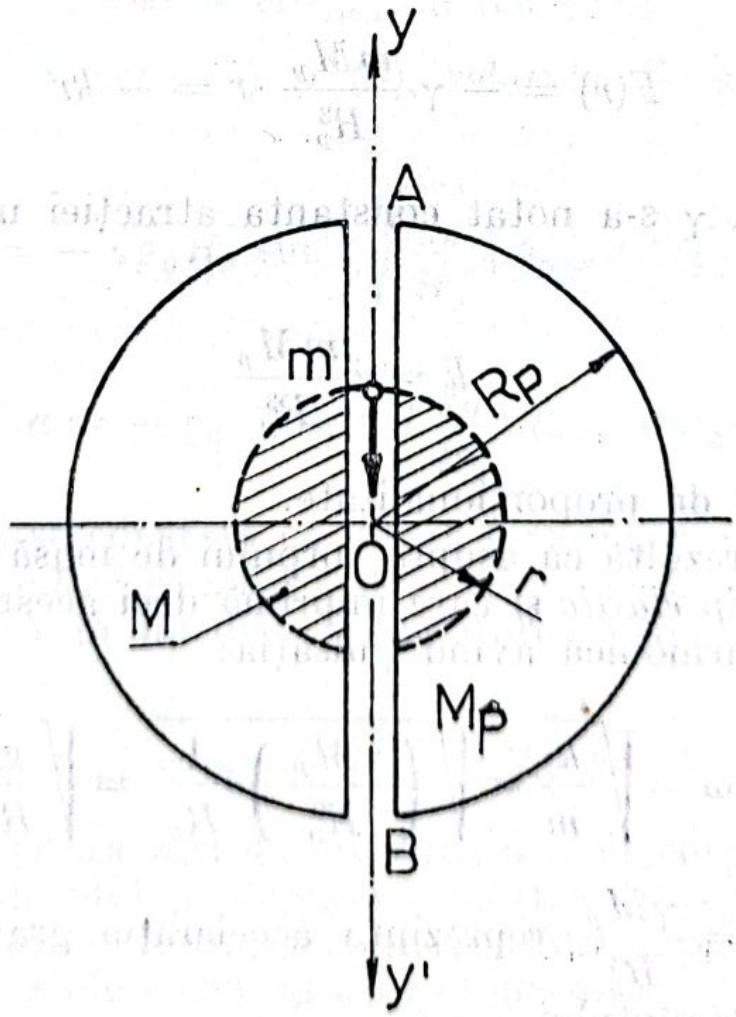

Fig. 10

minării legii mișcării acestui corp, cît și a caracteristicilor mișcării.

Dacă notăm cu M_p — masa Pămîntului, evident $m \ll M_p$.

Pentru a găsi ecuația mișcării corpului de masă m presupunem că la un moment dat corpul se află la distanța $r < R_p$ de centrul O al Pămîntului (R_p — raza Pămîntului). Corpul va interacționa gravitațional numai cu porțiunea de masă M a Pămîntului avînd raza r. Presupunînd Pămîntul sferic și de densitate constantă, forța ce acționează asupra corpului de masă m are valoarea:

$$F(r) = -\gamma \frac{mM}{r^2}. \tag{1}$$

Dar:

$$\frac{M}{M_p} = \left(\frac{r}{R_p}\right)^3 \Rightarrow M = M_p \left(\frac{r}{R_p}\right)^3. \tag{2}$$

Înlocuind (2_2) în (1) se obține:

$$F(r) = -\gamma \frac{mM_p}{R_p^3} \cdot r = -kr \tag{3}$$

în care prin γ s-a notat constanta atracției universale, iar prin

$$k = \gamma \frac{mM_p}{R_p^3} \tag{4}$$

o constantă de proporționalitate.

Din (3) rezultă că asupra corpului de masă m acționează o forță de *tip elastic* și care imprimă deci acestuia o mișcare oscilatorie armonică avînd pulsația:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\left(\frac{\gamma M_p}{R_p^2}\right) \cdot \frac{1}{R_p}} = \sqrt{\frac{g_0}{R_p}}, \tag{5}$$

în care $g_0 = \dfrac{\gamma M_p}{R_p^2}$ reprezintă accelerația gravitațională la suprafața Pămîntului.

Scanned with CamScanner

Perioada acestei mișcări rezultă a fi:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{R_p}{g_0}}. \tag{6}$$

Înlocuind în (6) $R_p = 6\,370$ km $= 6{,}37 \cdot 10^6$ m și $g_0 = 9{,}81$ m/s^2, rezultă $T = 5 \cdot 10^3$s $= 84{,}3$ min.

Ecuația mișcării oscilatorii armonice este de forma:

$$y = r_{max} \sin(\omega t + \varphi). \tag{7}$$

Cum la $t = 0$, $r_{max} = R_p$ (corpul cade de la suprafața Pămîntului), rezultă că $\sin \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = \pi/2$ și deci

$$y = R_p \sin\left(t \sqrt{\frac{g_0}{R_p}} + \frac{\pi}{2}\right) = R_p \cos t \sqrt{\frac{g_0}{R_p}}. \tag{8}$$

Ca urmare viteza și accelerația corpului de masă m sînt:

$$v = \omega r_{max} \cos(\omega t + \varphi) \tag{9}$$

$$a = -\omega^2 r_{max} \sin(\omega t + \varphi) \tag{10}$$

Avînd în vedere (5) și (8), relațiile (9) și (10) capătă forma:

$$v = -\sqrt{g_0 R_p} \sin t \sqrt{\frac{g_0}{R_p}}\,; \; v_{max} = \sqrt{g_0 R_p}. \tag{11}$$

$$a = -g_0 \cos t \sqrt{\frac{g_0}{R_p}}\,; \; a_{max} = g_0. \tag{12}$$

Din (11_2) se constată că viteza maximă a corpului reprezintă *prima viteză cosmică* (viteza unui satelit artificial pe o orbită situată în imediata vecinătate a suprafeței Pămîntului).

$$v_{max} = v_1 = \sqrt{g_0 R_p} \approx 7{,}9 \text{ km/s}.$$

Această viteză este atinsă atunci cînd corpul trece prin centrul Pămîntului și, după cum se știe, ea reprezintă o valoare caracteristică a cîmpului gravitațional al planetei noastre.

Cititorul poate constata ușor că această valoare a vitezei se poate obține ușor prin considerente de ordin energetic,

Scanned with CamScanner

aplicînd legea conservării energiei corpului scrisă pentru centrul Pămîntului.

Din (12_2) rezultă că accelerația corpului este maximă la suprafața Pămîntului.

Așadar corpul lăsat să cadă prin acest tunel ajunge la celălalt capăt în aproximativ 42 minute fără nici un consum de energie (dacă neglijăm frecările) și revine în același punct după aproximativ 48 minute care reprezintă perioada mișcării oscilatorii a corpului.

Aceeași perioadă o are și satelitul artificial al Pămîntului ce se mișcă pe o traiectorie circulară în imediata vecinătate a acestuia (teoretic la suprafața Pămîntului, $h = 0$).

În fond, mișcarea corpului de masă m în tunelul imaginar care trece prin centrul Pămîntului poate fi descrisă ca proiecția pe diametrul AB (fig. 10) a mișcării circulare a unui satelit artificial în jurul Pămîntului, în imediata vecinătate a suprafeței acestuia, așa cum se studiază de regulă, elementar mișcarea oscilatorie armonică. Este de consemnat apoi faptul că aceeași perioadă ($T = 84{,}3$ minute) o are și un pendul gravitațional cu lungimea $l = R_p$ care ar oscila la suprafața Pămîntului. De asemenea este interesant și faptul că pentru o lungime a pendulului, $l \to \infty$ perioada este aceeași.

În sfîrșit, dacă tunelul care traversează Pămîntul ar fi imaginat pe direcția unei corzi (nu a unui diametru) al Pămîntului (fig. 11), corpul de masă m va avea aceeași mișcare oscilatorie armonică cu perioada $T = 84{,}3$ min, cu deosebirea că de această dată ecuațiile mișcării devin:

$$y = |R_p \cos \alpha| \cos t \sqrt{\frac{g_0}{R_p}}. \tag{13}$$

$$v = -|\sqrt{g_0 R_p} \cos \alpha| \sin t \sqrt{\frac{g_0}{R_p}}. \tag{14}$$

$$a = -|g_0 \cos \alpha| \cos t \sqrt{\frac{g_0}{R_p}}, \tag{15}$$

în care prin α s-a notat unghiul pe care îl face coarda cu diametrul AB.

Toate raționamentele făcute au suportul unor „*tunele imaginare*“ ce s-ar face prin Pămînt.

Scanned with CamScanner

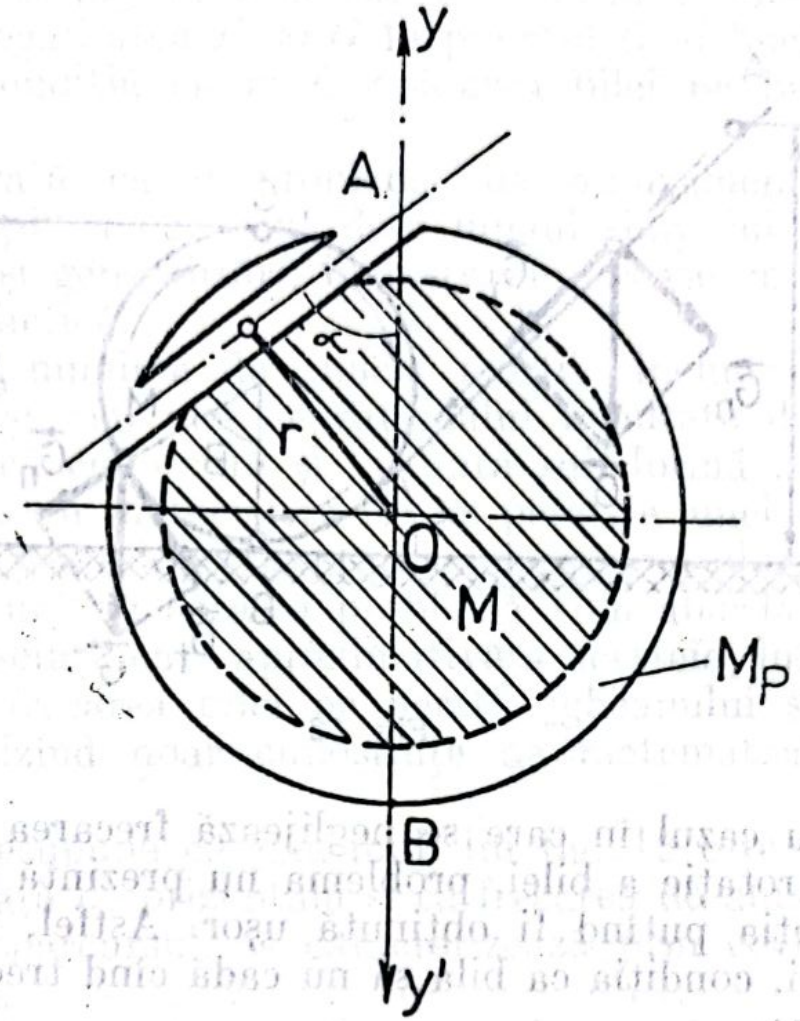

Fig. 11

Tehnic și tehnologic asemenea tunele, prin care s-ar putea valorifica energia gravitațională a planetei pe care trăim, nu sînt deocamdată posibile. Desigur că într-un viitor previzibil cercetările care se fac astăzi vor pune în valoare noi căi de utilizare a energiei gravitaționale printre care, de ce nu, și această cale care pentru momentul de față reprezintă doar un joc de inteligență.

„BUCLA MORȚII"

Aproape că nu există culegere de probleme de fizică, din cîte s-au scris, care să nu includă sub un enunț sau altul o problemă de mecanică cunoscută sub denumirea de „bucla morții". Problema constă în determinarea înălțimii minime de la care trebuie lăsată să cadă o bilă pe un jgheab alcătuit dintr-o porțiune înclinată și continuată cu o buclă circulară de rază r (fig. 12), astfel încît bila să parcurgă bucla.

Aceasta înseamnă de fapt a determina h_{min} pentru care bila nu cade cînd trece prin punctul C al buclei.

Scanned with CamScanner

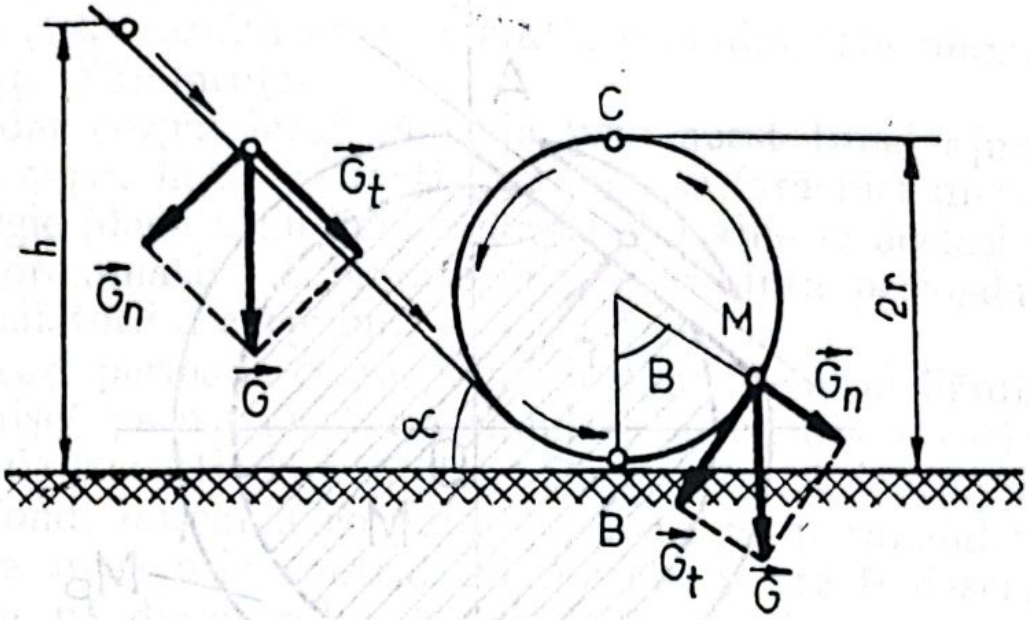

Fig. 12

Pentru cazul în care se neglijează frecarea cum și mișcarea de rotație a bilei, problema nu prezintă nici o dificultate, soluția putînd fi obținută ușor. Astfel, notînd cu m masa bilei, condiția ca bila să nu cadă cînd trece prin punctul C este:

$$F_c \geqslant G \Rightarrow \frac{mv_C^2}{r} \geqslant mg,$$

sau:

$$v_C^2 \geqslant rg, \tag{1}$$

în care F_c este forța centrifugă ce acționează asupra bilei în punctul C, iar G — greutatea bilei.

Viteza liniară în C a bilei este dată de formula lui Galilei:

$$v_C = \sqrt{2g(h - 2r)}. \tag{2}$$

Substituind (2) în (1) se obține:

$$2g(h - 2r) \geqslant gr,$$

din care:

$$h \geqslant \frac{5}{2} r \Rightarrow h_{min} = 2{,}5\ r. \tag{3}$$

Scanned with CamScanner

Rezultatul (3_2) care constituie soluția problemei rezidă de fapt în egalitatea $F_c = G$ în punctul C al buclei ceea ce înseamnă condiția ca în C apăsarea bilei pe buclă să fie nulă.

Considerată ca o problemă de amuzament științific „bucla morții" a cunoscut de-a lungul timpului numeroase completări și generalizări, inclusiv numeroase modalități de realizare practică.

Însăși denumirea de „bucla morții" include în ea atît teama, cît și mai ales senzaționalul rezultate dintr-o aplicație practică cunoscută și întîlnită sub formă de spectacol de acrobație cu motocicleta fie pe peretele unei camere sferice, fie pe peretele vertical al unei camere cilindrice.

În legătură cu această problemă vom aborda în cele ce urmează o soluționare aproximativă a acesteia, luînd în considerare și frecarea bilei pe pereții jgheabului și respectiv buclei, utilizînd doar cunoștințe de matematică de nivel elementar.

Vom presupune că jgheabul din fig. 12 este înclinat cu unghiul α față de orizontală și că frecarea de alunecare a bilei, pe tot parcursul, se caracterizează prin coeficientul de alunecare μ.

Considerînd așadar ca și în cazul precedent că bila are doar o mișcare de translație, ne propunem să determinăm h_{min} astfel încît bila să parcurgă bucla (să nu cadă din punctul C). Evident condiția (1) se menține numai că de data aceasta v_c va depinde în plus și de μ.

Procedînd la soluționarea problemei ne vom folosi pentru determinarea mărimii v_c de principiul conservării energiei aplicat în situația dată:

$$mgh = \frac{mv_c^2}{2} + 2mgr + W_r, \qquad (4)$$

în care cu W_r s-a notat lucrul mecanic necesar învingeri forței de frecare F_f pe tot parcursul străbătut de bilă și care poate fi considerat ca fiind constituit din două componente: lucrul mecanic (W_r') necesar învingerii forței de frecare pe distanța l (porțiunea înclinată a jgheabului AB) și lucrul mecanic (W_r'') pentru învingerea forței de frecare pe porțiunea de buclă BC, făcînd o primă aproximație $AB \approx l$.

Deci:

$$W_r = W_r' + W_r''. \qquad (5)$$

Scanned with CamScanner

Dar:

$$W'_r = F_f l = \mu G_n l = \mu mgl \cos \alpha. \tag{6}$$

Cum însă $l = \dfrac{h}{\sin \alpha}$, din (6) rezultă:

$$W'_r = \mu mgh \operatorname{ctg} \alpha. \tag{7}$$

Pentru a calcula W''_r, vom determina mai întîi forța de frecare într-un punct M de pe porțiunea BC delimitat de unghiul θ:

$$F_f(\theta) = \mu(G_n + F_c),$$

în care F_c este forța centrifugă ce acționează asupra bilei în punctul M.

Deci:

$$F_f(\theta) = \mu\left(mg \cos \theta + \frac{mv^2}{r}\right), \tag{8}$$

în care v este viteza liniară a bilei în punctul M.

Din (8) rezultă că F_f variază pe intervalul considerat și de aceea pentru determinarea valorii lucrului mecanic W''_r vom considera valoarea medie a forței de frecare F_{fm} pe intervalul respectiv:

$$W''_r = \pi r F_{fm}. \tag{9}$$

Revenind la (8) și luînd în considerare că valoarea medie a cos (θ), $\theta \in [0, \pi]$ este nulă pe acest interval, avem:

$$F_{fm} = \frac{\mu m}{r}(v^2)_m \tag{10}$$

în care $(v^2)_m$ reprezintă media pătratului vitezei liniare a bilei pe semicercul delimitat de punctele B și C.

În continuare vom face o nouă aproximare considerînd:

$$(v^2)_m = \frac{v_B^2 + v_C^2}{2}.$$

astfel că (10) devine:

$$F_{fm} = \frac{\mu m}{2r}(v_B^2 + v_C^2). \tag{11}$$

Scanned with CamScanner

Dar potrivit formulei lui Galilei:

$$v_B = \sqrt{2al}.$$

Cum $a = g\ (\sin\ \alpha = \mu\ \cos\ \alpha)$ și $l = \dfrac{h}{\sin\ \alpha}$, viteza bilei în punctul B este:

$$v_B = \sqrt{2gh(1 - \mu\ \mathrm{ctg}\ \alpha)}. \tag{12}$$

Substituind (12) în (11), iar rezultatul obținut în (9), se obține:

$$W_r'' = \frac{\pi\mu m}{2}[2gh(1 - \mu\ \mathrm{ctg}\ \alpha) + v_C^2]. \tag{13}$$

Înlocuind apoi (7) și (13) în (4) se obține:

$$mgh = \frac{mv_0^2}{2} + 2mgr +$$

$$+ \mu mgh\ \mathrm{ctg}\ \alpha + \frac{\pi\mu m}{2}[2gh(1 - \mu\ \mathrm{ctg}\ \alpha) + v_C^2],$$

din care explicitînd v_C^2, obținem:

$$v_C^2 = \frac{2gh(1 - \mu\ \mathrm{ctg}\ \alpha)\ (1 - \pi\mu) - 4gr}{1 + \pi\mu}. \tag{14}$$

Înlocuind apoi (14) în (1), se obține:

$$2gh\ (1 - \mu\ \mathrm{ctg}\ \alpha)\ \ (1 - \pi\mu) - 4gr \geqslant gr\ (1 + \pi\mu),$$

din care explicitînd h, rezultă:

$$h \geqslant \frac{r(5 + \pi\mu)}{2(1 - \mu\ \mathrm{ctg}\ \alpha)\ (1 - \pi\mu)},$$

sau în final:

$$h_{min} = \frac{r(5 + \pi\mu)}{2(1 - \mu\ \mathrm{ctg}\ \alpha)\ (1 - \pi\mu)}, \tag{15}$$

Scanned with CamScanner

Din (15) rezultă că problema este posibilă în condițiile în care:

$$1 - \mu \operatorname{ctg} \alpha > 0 \Rightarrow \mu < \operatorname{tg} \alpha, \tag{16}$$

$$1 - \pi\mu > 0 \Rightarrow \mu < \frac{1}{\pi}. \tag{17}$$

Condiția (16) exprimă necesitatea mișcării accelerate a bilei pe porțiunea jgheabului înclinat astfel încît aceasta să-și crească energia cinetică pentru a putea parcurge bucla.

Condiția (17) rezultă din faptul că h_{min} este sigur o mărime pozitivă și finită.

Este ușor de observat că pentru $\mu = 0$ obținem din (15) relația (3), ceea ce înseamnă că (3) este într-adevăr un caz particular al cazului mai general prezentat.

IMPOSIBILITATEA MIȘCĂRII SISTEMULUI FĂRĂ APORT DE ENERGIE DIN EXTERIOR

Simon Stevin, inginer flamand (1548—1620), în cartea sa despre statică, apărută în 1605, reproduce pe copertă un sistem de perpetuum mobile (fig. 13), care constă dintr-un suport avînd secțiunea unui triunghi și pe care se află un lanț format din mai multe bile identice [1]. Deoarece pe partea stîngă, mai lungă, a suportului se găsesc mai multe bile s-ar crede că din cauza diferenței dintre greutățile bilelor din dreapta și din stînga a suportului, sistemul se va pune în mișcare. Dacă bilele se mișcă fără frecare, și cum lanțul este continuu, această mișcare a bilelor, în sensul contrar acelor unui ceasornic, nu s-ar mai opri niciodată. Aceasta ar însemna să avem o mișcare continuă și perpetuă a bilelor.

Stevin a respins această posibilitate și a demonstrat că sistemul este în echilibru. Să încercăm și noi să demonstrăm imposibilitatea mișcării sistemului fără aport de energie din exterior.

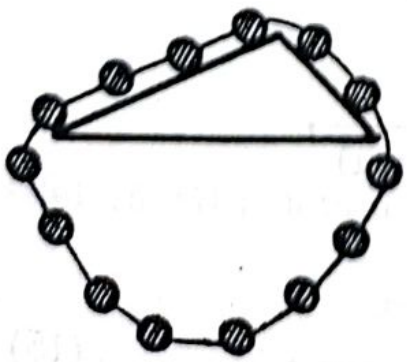

Fig. 13

[1] Acest desen constituie și epitaful inginerului Simon Stevin, fizician și matematician în același timp, celebru pentru lucrările sale de hidrostatică și asupra fracțiilor zecimale.

Scanned with CamScanner

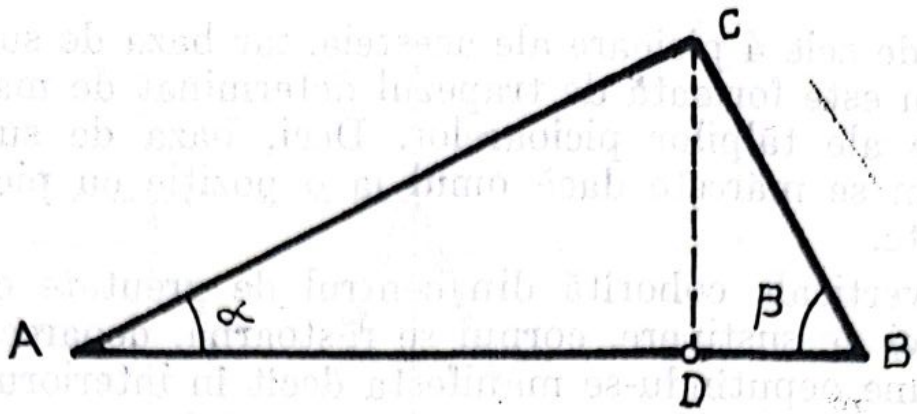

Fig. 14

În acest scop trebuie să observăm că forța de tracțiune rezultată din greutatea unei bile scade cu unghiul pe care-l face suprafața planului înclinat cu planul orizontal. Evident, dacă unghiul este zero, bila se află pe un plan orizontal, iar această forță de tracțiune este nulă. Din cele două triunghiuri dreptunghice, ADC și BDC (fig. 14), rezultă

$$AC \sin \alpha = BC \sin \beta. \qquad (1)$$

Amplificînd relația (1) cu G prin care notăm greutatea bilelor pe unitatea de lungime a planului înclinat, avem:

$$G \cdot AC \sin \alpha = G \cdot BC \sin \beta. \qquad (2)$$

În relația (2) $G \sin \alpha$ este componenta de mișcare (pe unitatea de lungime a planului înclinat) din stînga, iar $G \sin \beta$ este componenta de mișcare (pe unitatea de lungime a planului înclinat) din dreapta.

Prin urmare relația (2) exprimă egalitatea și deci echilibrul forțelor de mișcare ce acționează asupra bilelor din stînga, respectiv din dreapta înălțimii CD ce separă cele două plane înclinate.

Deci sistemul se află în echilibru și nici nu se pornește.

HOPA-MITICĂ

Experimental se poate constata că un corp care se sprijină pe o bază de susținere stă în echilibru dacă verticala coborîtă din centrul său de greutate cade în interiorul bazei de susținere (poligonul de sprijin). Astfel, baza de susținere a unui cilindru circular drept este chiar cercul de bază al cilindrului. Baza de susținere a unei mese este dreptunghiul

Scanned with CamScanner

mărginit de cele 4 picioare ale acesteia, iar baza de susținere a unui om este formată de trapezul determinat de marginile exterioare ale tălpilor picioarelor. Deci, baza de susținere a unui om se mărește dacă omul ia o poziție cu picioarele îndepărtate.

Cînd verticala coborîtă din centrul de greutate cade în afara bazei de susținere, corpul se răstoarnă, deoarece forța de reacțiune neputîndu-se manifesta decît în interiorul bazei de susținere, va crea împreună cu greutatea corpului *un cuplu de forțe care va răsturna corpul.*

Stabilitatea unui corp va fi cu atît mai bună cu cît baza de susținere este mai mare și cu cît centrul de greutate al corpului este mai aproape de această bază.

Din această cauză, un corp (considerat ca un sistem mecanic izolat) care se poate mișca liber se va așeza în poziția pentru care centrul lui de greutate ocupă locul cel mai coborît față de baza de susținere, ceea ce corespunde stării cu energie potențială minimă. Tendinței naturale a sistemelor de a ocupa stări cu energie potențială minimă îi corespunde tendința acestor sisteme de realizare a echilibrului stabil, ceea ce reprezintă un principiu variațional universal în fizică și asupra căruia vom mai reveni în această carte (*„principiul energiei potențiale minime“*).

Aplicativ, acest principiu poate fi ilustrat și cu ajutorul unor jucării mecanice distractive dintre care cel mai cunoscut este așa-numitul *Hopa-Mitică* (fig. 15.).

Jucăria are la capătul inferior o mică masă de plumb ceea ce face ca jucăria să nu poată sta în echilibru stabil decît cu partea grea în jos (centrul de greutate se află în

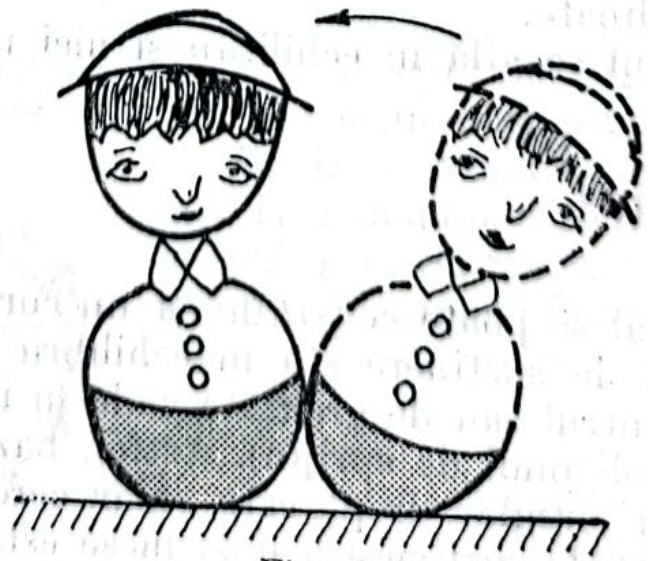

Fig. 15

Scanned with CamScanner

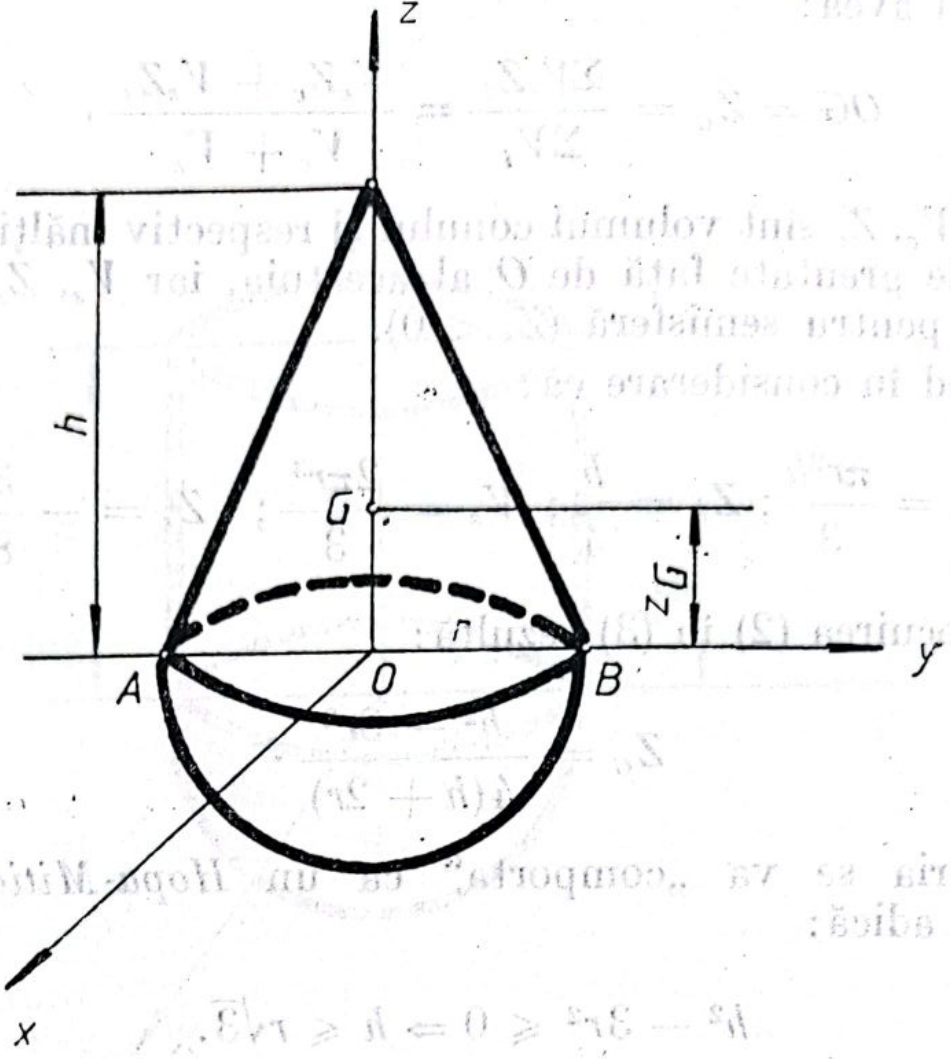

Fig. 16

imediata apropiere a bazei de susținere). Oricum am așeza această jucărie ea revine în poziția de echilibru stabil.

În cele ce urmează ne vom referi la cîteva construcții tip *Hopa-Mitică*, însoțind raționamentele intuitive de cîteva calcule. Astfel, să presupunem că o jucărie de acest tip se compune dintr-un con care are baza continuată cu o semisferă a cărei rază r este egală cu raza cercului de bază a conului (fig. 16).

Presupunînd că materialul este omogen, se pune problema determinării înălțimii conului pentru care jucăria se comportă ca un *Hopa-Mitică*.

Pentru a rezolva problema, va trebui să determinăm poziția centrului de greutate al jucăriei. Ținînd seama că materialul din care este confecționată jucăria este de aceeași densitate, observăm că din motive de simetrie centrul de greutate se găsește pe axa OZ, la distanța $OG = Z_G$ de originea axelor de coordonate.

Scanned with CamScanner

Vom avea:

$$OG = Z_G = \frac{\Sigma V_i Z_i}{\Sigma V_i} = \frac{V_c Z_c + V_s Z_s}{V_c + V_s}, \qquad (1)$$

în care V_c, Z_c sînt volumul conului și respectiv înălțimea centrului de greutate față de O al acestuia, iar V_s, Z_s aceleași mărimi pentru semisferă ($Z_s < 0$).

Luînd în considerare că:

$$V_c = \frac{\pi r^2 h}{3}; \; Z_c = \frac{h}{4}; \; V_s = \frac{2\pi r^3}{3}; \; Z_s = -\frac{3}{8} r, \qquad (2)$$

prin înlocuirea (2) în (3) rezultă:

$$Z_G = \frac{h^2 - 3r^2}{4(h + 2r)}. \qquad (3)$$

Jucăria se va „comporta“ ca un *Hopa-Mitică*, dacă $Z_G \leqslant 0$, adică:

$$h^2 - 3r^2 \leqslant 0 \Rightarrow h \leqslant r\sqrt{3}. \qquad (4)$$

Este evident că în cazul $h_{max} = r\sqrt{3}$ centrul de greutate este chiar 0; în acest caz jucăria este în echilibru indiferent dacă este așezată pe o masă orizontală, în orice punct al semisferei sau pe orice generatoare a conului.

Așadar, $h_{max} = r\sqrt{3}$ reprezintă o situație limită și ca urmare jucăria se va „comporta“ ca un *Hopa-Mitică* atunci cînd $h < r\sqrt{3}$.

Presupunînd acum că în loc de con am avea un cilindru (fig. 17) și că densitatea materialului semisferei ρ_1 este diferită de densitatea materialului cilindrului ρ_2 să încercăm să rezolvăm aceeași problemă. Poziția centrului de greutate va fi deci $OG = Z_G$.

Avem:

$$Z_G = \frac{\Sigma \rho_i V_i Z_i}{\Sigma \rho_i V_i} = \frac{\rho_2 V_c Z_c + \rho_1 V_s Z_s}{\rho_2 V_c + \rho_1 V_s}, \qquad (5)$$

în care V_c, Z_s sînt volumul cilindrului și respectiv înălțimea centrului de greutate față de O al acestuia, iar V_s, Z_s aceleași mărimi pentru semisferă ($Z_s < 0$).

Scanned with CamScanner

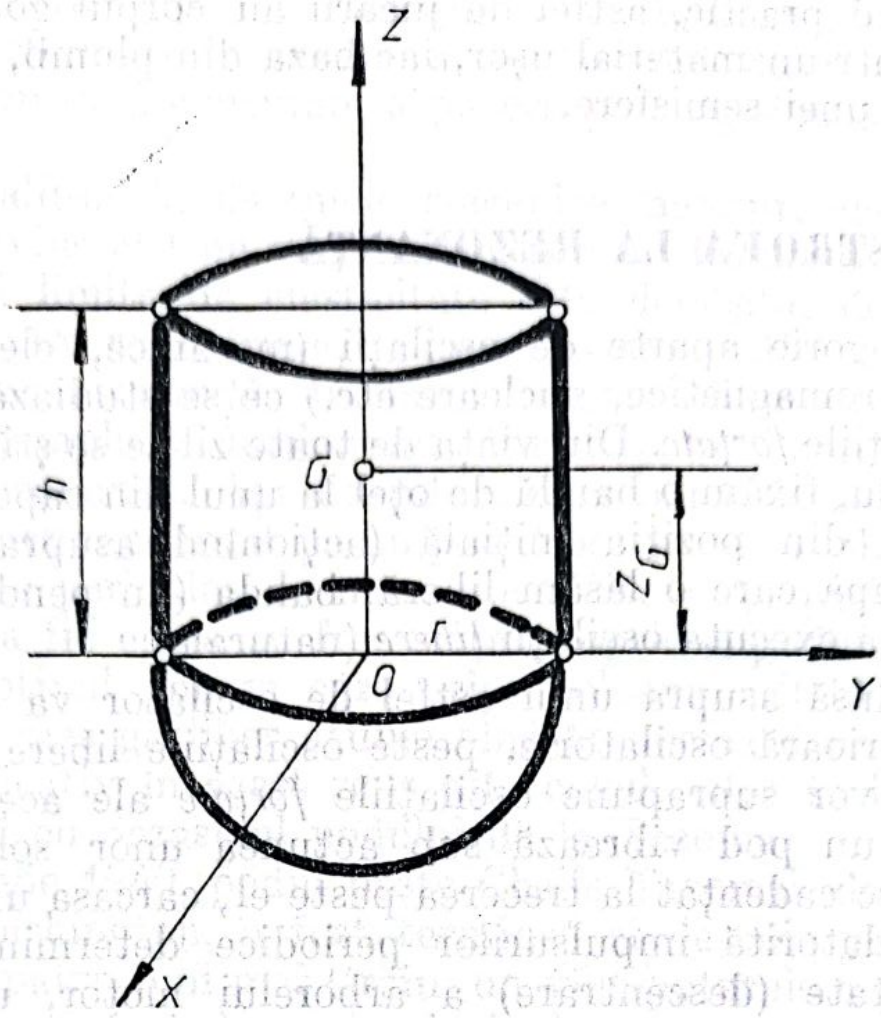

Fig. 17

Ținînd seama de (2) și că:

$$V_c = \pi r^2 h;\ Z_c = \frac{h}{2}, \tag{6}$$

din (5) rezultă:

$$Z_G = \frac{3\,(2h^2\rho_2 - r^2\rho_1)}{4\,(3h\rho_2 + 2r\rho_1)}. \tag{7}$$

Punînd condiția ca și în cazul precedent $Z_G \leqslant 0$, rezultă:

$$h \leqslant r\sqrt{\frac{\rho_1}{2\rho_2}}. \tag{8}$$

Prin urmare jucăria se va „comporta" și în acest caz ca un *Hopa-Mitică* dacă:

$$h < r\sqrt{\frac{\rho_1}{2\rho_2}}. \tag{9}$$

Scanned with CamScanner

În mod practic, astfel de jucării au corpul gol, confecționat dintr-un material ușor, iar baza din plumb, de regulă de forma unei semisfere.

CATASTROFA LA REZONANȚĂ

O categorie aparte de oscilații (mecanice, electromecanice, electromagnetice, nucleare etc.) ce se studiază în fizică sînt oscilațiile *forțate*. Din viața de toate zilele se știe că dacă, de exemplu, fixăm o bandă de oțel la unul din capete și apoi o deviem din poziția inițială (acționînd asupra celuilalt capăt), după care o lăsăm liberă, banda (un pendul cu arc lamelar) va executa oscilații *libere* (naturale).

Dacă însă asupra unui astfel de oscilator va acționa o forță exterioară oscilatorie, peste oscilațiile libere ale sistemului se vor suprapune oscilațiile *forțate* ale acestuia. De exemplu, un pod vibrează sub acțunea unor soldați care mărșăluiesc cadențat la trecerea peste el, carcasa unui motor vibrează datorită impulsurilor periodice determinate de o neregularitate (descentrare) a arborelui motor, un diapazon vibrează atunci cînd este expus forței periodice a unei unde sonore. În toate aceste cazuri oscilațiile rezultate sînt *forțate* și au frecvența *forței externe* și nu frecvența proprie a sistemului care oscilează. Răspunsul sistemului depinde însă de relația dintre frecvența oscilațiilor forțate și frecvența oscilațiilor proprii.

Astfel o succesiune de mici impulsuri aplicate cu o frecvență convenabilă pot produce oscilații de mare amplitudine. Așa de pildă, un copil dîndu-se în leagăn învață că prin mișcări potrivite, la intervale de timp potrivite, poate mări amplitudinea oscilațiilor sale. Problema oscilațiilor forțate are un caracter foarte general, iar soluția ei este utilă în sistemele mecanice, acustice, circuitele de curent alternativ și fizică atomică.

Egalitatea frecvenței oscilațiilor exterioare *(excitatorului)* cu frecvența sistemului oscilator *(receptorului)* conduce la creșterea excesivă a amplitudinii oscilațiilor acestuia din urmă. Teoretic, în lipsa amortizării, amplitudinea oscilațiilor tinde către infinit. În realitate există întotdeauna o anumită amortizare astfel încît amplitudinea oscilațiilor, deși poate deveni foarte mare, ea rămîne practic finită.

Scanned with CamScanner

Acest fenomen este cunoscut sub denumirea de *rezonanță*. În cazul rezonanței, amplitudinea oscilațiilor receptorului devine foarte mare ca urmare a transferului, din partea excitatorului, în mod continuu, a puterii și energiei maxime către receptor.

Referindu-ne la sistemele mecanice, desigur, dacă amplitudinea devine atît de mare încît legea lui Hooke nu mai este valabilă și limita de elasticitate este depășită, deseori sistemul receptor se distruge, se rupe, apărînd astfel așa-numita *catastrofă la rezonanță*. În cazul construcțiilor statice, cum ar fi de exemplu podurile, sînt citate multe cazuri de catastrofă la rezonanță. Așa de pildă, o coloană de soldați care merg în marș cadențat pe un pod îl pot pune în vibrație cu o amplitudine periculos de mare dacă frecvența pașilor lor se întîmplă să fie egală cu frecvența proprie a podului. Acesta este și motivul pentru care orice coloană, aflată în marș, trebuie să meargă liber atunci cînd traversează un pod.

Semnificativ în acest sens este cazul, citat în literatură, în legătură cu dezastrul podului de la Tacoma.

La 1 iulie 1940, podul peste Cheile Tacomei, de la Puget Saund, Washington, a fost terminat și deschis pentru trafic. Exact patru luni mai tîrziu, un vînt puternic a pus podul în oscilație pînă cînd arcul principal s-a rupt, rupînd cablurile și căzînd în apă. Ce se întîmplase?

Vîntul a produs asupra podului o forță rezultantă fluctuantă în rezonanță cu o frecvență proprie a structurii. Aceasta a provocat o creștere treptată a amplitudinii pînă cînd podul a fost distrus.

Multe alte poduri (suspendate pe cabluri) au fost mai tîrziu reproiectate pentru a le face stabile din punct de vedere aerodinamic.

Analog se petrec lucrurile, de exemplu, și în cazul circuitelor de curent alternativ (serie sau paralel) și unde catastrofa la rezonanță se traduce prin supratensiuni sau supracurenți de rezonanță, care pot depăși rigiditatea dielectrică a anumitor părți din circuit sau limita termică a acestora și ca urmare se produc conturnări sau străpungeri de izolații ori supraîncălziri periculoase.

Aspectele calitative prezentate de regulă sînt studiate matematic cu ajutorul ecuațiilor diferențiale. Vom aborda în cele ce urmează o tratare a fenomenului de rezonanță, la nivel macroscopic, cu ajutorul cunoștințelor de matematică elementară, fără a renunța însă la rigurozitatea studiului.

Scanned with CamScanner

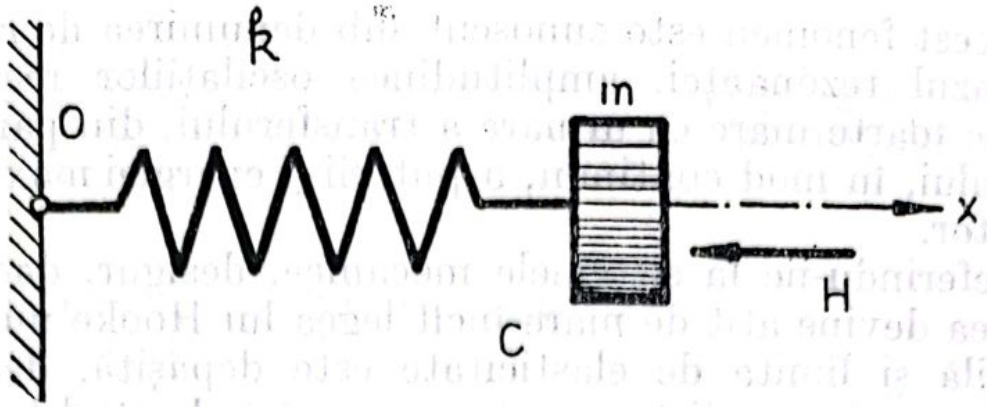

Fig. 18

Ne propunem deci o tratare unitară a fenomenului de rezonanță (întîlnit în procesele periodice mecanice și electromagnetice) pe baza modelului oscilatorului mecanic liniar, fără a folosi calculul diferențial.

Să presupunem că o forță exterioară H, a cărei mărime variază sinusoidal cu pulsația ω, obligă un sistem *receptor* să oscileze forțat cu aceeași perioadă ca și dînsa.

Acest receptor presupunem a fi un oscilator mecanic liniar reprezentat schematic în fig. 18.

Notînd cu A — amplitudinea oscilațiilor receptorului, legea mișcării sale va fi descrisă de ecuația:

$$x = A \sin \omega t, \tag{1}$$

în care x este elongația, iar t — timpul.

Oscilatorul avînd masa m, el opune acțiunii excitatorului forța de inerție:

$$F_i = ma = - mA\omega^2 \sin \omega t = - m\omega^2 x, \tag{2}$$

în care a este accelerația mișcării.

Sub acțiunea deformației resortului, oscilatorul opune și o forță elastică dată de relația:

$$F_e = - kx = - kA \sin \omega t, \tag{3}$$

în care k este *constanta de elasticitate* a resortului.

Presupunînd că oscilatorul se găsește într-un mediu vîscos, acesta opune o forță rezistentă dată de relația:

$$F_r = - cv = - cA\omega \cos \omega t, \tag{4}$$

în care v este viteza mișcării, iar c reprezintă *coeficientul de rezistență vîscoasă* a mediului.

Scanned with CamScanner

Toate aceste prccese periodice se datoresc forței active H, a cărei intensitate va fi dictată de *excitator (emițător)* și de cuplajul cu receptorul.

Cum însă nu știm dacă H variază sinfazic (în fază) cu elongațiile receptorului, vom admite că este defazată cu unghiul φ și o vom scrie sub forma:

$$H = H_m \sin(\omega t + \varphi), \tag{5}$$

rămînînd să cercetăm ulterior ce valoare capătă unghiul de defazaj φ.

Forțele periodice care acționează asupra oscilatorului echilibrîndu-se, în valori instantanee ele verifică relația:

$$F_i = H + F_e + F_r. \tag{6}$$

Înlocuind (2), (3), (4) și (5) în (6) se obține :

$$-mA\omega^2 \sin \omega t = H_m \sin(\omega t + \varphi) - kA \sin \omega t - cA\omega \cos \omega t,$$

sau:

$$-mA\omega^2 \sin \omega t + cA\omega \cos \omega t + kA \sin \omega t = H \sin(\omega t + \varphi), \tag{6'}$$

sau dacă dezvoltăm membrul al doilea și grupăm termenii, avem:

$$(kA - mA\omega^2) \sin \omega t + cA\omega \cos \omega t = H_m \sin \omega t \cos \varphi + H_m \cos \omega t \sin \varphi.$$

Pentru ca această ecuație să devină o identitate, va trebui ca, deoparte și de alta, să avem aceiași coeficienți pentru termenii $\sin \omega t$ și $\cos \omega t$.

Deci:

$$H_m \cos \varphi = kA - mA\omega^2 \tag{7}$$

$$H_m \sin \varphi = cA\omega \tag{8}$$

Prin împărțirea relației (8) la (7) deducem *că există într-adevăr un defazaj între forța activă și elongație, definit* prin relația:

$$\varphi = \operatorname{arc\,tg} \frac{c}{k/\omega - m\omega}, \tag{9}$$

iar sensul acestui defazaj este impus de semnul numitorului.

Scanned with CamScanner

Analog, dacă ținem seama că expresia vitezei, cu care se mișcă masa oscilantă, este:

$$v = A\omega \cos \omega t = A\omega \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right),$$

deducem că viteza se defazează, față de forța activă, cu unghiul:

$$\psi = \frac{\pi}{2} - \varphi \Rightarrow \varphi + \psi = \frac{\pi}{2}.$$

Deci:

$$\operatorname{tg} \psi = \operatorname{ctg} \varphi \Rightarrow \psi = \operatorname{arc\ tg} \frac{\frac{k}{\omega} - m\omega}{c}, \qquad (10)$$

cu aceleași considerații ca mai sus, în ceea ce privește semnul algebric.

În concluzie, viteza și elongația receptorului nu ating valorile maxime o dată cu forța activă, ci se defazează față de aceasta cu unghiurile date de (9) și (10).

Numai în cazul ideal, $c = 0$, în absența frecărilor, rezultă $\varphi = 0$ și $\psi = \frac{\pi}{2}$. Este evident că unghiul φ va fi cu atît mai mic și unghiul ψ cu atît mai mare apropiat de $\frac{\pi}{2}$, cu cît coeficientul c de rezistență a sistemului oscilant va fi mai mic.

Relațiile de fază (9) și 1(0) ne mai arată că acțiunile masei și constantei elastice introduc defazaje de sensuri contrarii.

Cu ajutorul celor stabilite, dacă reprezentăm diferitele amplitudini ale forțelor ce acționează asupra sistemului oscilant prin vectori, care se rotesc în sens trigonometric pozitiv, cu viteza unghiulară ω, cu alte cuvinte dacă reprezentăm *fazorial* relația (6) considerînd de exemplu cazul în care $\varphi > 0 \Rightarrow k/\omega > m\omega$, obținem orientarea de ansamblu a acestor vectori rotitori *(fazori)* ca în fig. 19 care reprezintă *o diagramă fazorială*. În final, dacă rezolvăm sistemul ecuațiilor

Scanned with CamScanner

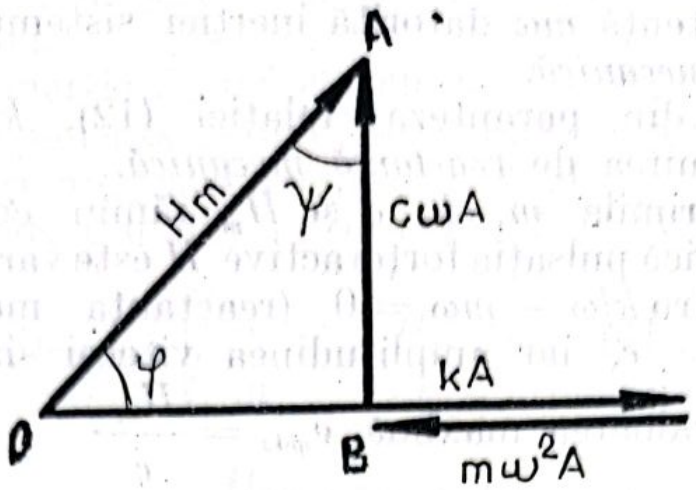

Fig. 19

de compatibilitate (7) și (8) în privința amplitudinii vitezei sistemului oscilant ($A\omega$), se obține:

$$v_{max} = A\omega = \frac{H_m}{\sqrt{c^2 + (k/\omega - m\omega)^2}}. \tag{11}$$

Relația (11) se poate obține ușor fie prin ridicarea la pătrat a ecuațiilor (7) și (8) și apoi prin adunarea lor, fie prin aplicarea teoremei lui Pitagora în triunghiul dreptunghic OBD din diagrama fazorială prezentată în fig. 19.

Pe baza relației (11) se trage concluzia că v_{max} depinde direct proporțional de amplitudinea forței active H_m și invers proporțional, de mărimea:

$$Z = \sqrt{C^2 + (k/\omega - m\omega)^2}, \tag{12}$$

care poartă denumirea de *impedanță mecanică*.

Impedanța mecanică are semnificația fizică a unei rezistențe mecanice a sistemului, care se opune creșterii de viteză sau de amplitudine a oscilației acestuia.

De altfel, este ușor de observat că din punct de vedere dimensional Z are dimensiunile fizice ale lui c:

$$[Z] = [c] = [k/\omega] = [m\omega] = \mathrm{MT}^{-1}$$

și se exprimă în kg/s.

Se observă, de asemenea, că Z însumează geometric trei feluri de rezistențe:

— o rezistență de *frecare*, definită de coeficientul c denumită și *rezistență mecanică*;

— o rezistentă *elastică* exprimată prin raportul k/ω denumită și *complianță mecanică*;

Scanned with CamScanner

— o rezistenţă $m\omega$ datorită inerţiei sistemului denumită şi *inertanţă mecanică.*

Mărimea din paranteza relaţiei (12), $k/\omega - m\omega \lesseqgtr 0$, poartă denumirea de *reactanţă mecanică.*

Dacă mărimile m, k, c şi H_m rămîn constante, dar $\omega \in [0, \infty)$, adică pulsaţia forţei active H este variabilă, se constată că pentru $k/\omega - m\omega = 0$ (reactanţa mecanică nulă), rezultă $Z_{max} = c$, iar amplitudinea vitezei sistemului oscilant capătă valoarea maximă $v_{max} = \dfrac{H_m}{c}$.

Apariţia unei astfel de valori maxime reprezintă, după cum se va vedea, *fenomenul de rezonanţă mecanică.* Condiţia apariţiei fenomenului de rezonanţă mecanică a sistemului oscilant în cauză, este exprimată deci prin valoarea nulă a reactanţei mecanice, din care rezultă:

$$\frac{k}{\omega} - m\omega = 0 \Rightarrow \frac{k}{m} = \omega^2. \tag{13}$$

Dar $\dfrac{k}{m} = \omega_0^2$ (pulsaţia proprie a receptorului). Aşadar la rezonanţă pulsaţia emiţătorului (excitatorului) este egală cu pulsaţia proprie a receptorului.

Din (13) rezultă imediat:

$$\omega = \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow T = T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}},$$

adică perioada sistemului oscilant emiţător, la rezonanţă, este egală cu perioada oscilaţiilor proprii a receptorului, ceea ce implică evident şi egalitatea frecvenţelor:

$$f = f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}. \tag{14}$$

În baza condiţiei de rezonanţă mecanică exprimată prin (13) se mai pot face o serie de constatări importante pe care le vom prezenta în cele ce urmează.

Fenomenul de rezonanţă mecanică se poate obţine şi atunci cînd $\omega = \text{const.}$, dar variază fie k, fie m.

La rezonanţă, potrivit relaţiilor (9) şi (10), rezultă $\varphi_{max} = \pi/2$ iar $\psi_{min} = 0$, adică forţa activă este în cuadratură cu

Scanned with CamScanner

elongația mișcării oscilatorii a receptorului și sinfazică cu viteza acestuia.

Forța de inerție F_i și forța clasică F_e sînt egale ca amplitudini, dar acționează în opoziție de fază asupra oscilatorului, astfel încît își anulează reciproc efectul.

Într-adevăr, din (6′) se observă că la rezonanță avem:

$$F_i = -\frac{H_m}{c}\sqrt{km}\sin\sqrt{\frac{k}{m}}\,t = \frac{H_m}{c}\sqrt{km}\sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\,t+\pi\right)$$

$$F_e = \frac{H_m}{c}\sqrt{km}\sin\sqrt{\frac{k}{m}}\,t$$

Așadar, la rezonanță, forța activă cu care acționează excitatorul asupra receptorului este egală cu forța de frecare F_r, ceea ce înseamnă că excitatorul trebuie să învingă doar rezistența mecanică a mediului vîscos.

Într-adevăr din (6′) rezultă:

$$F_r = cA\omega\cos\omega t = H_m\cos\sqrt{\frac{k}{m}}\,t.$$

$$H = H_m\sin(\omega t+\varphi) = H_m\sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\,t+\frac{\pi}{2}\right) =$$

$$= H_m\cos\sqrt{\frac{k}{m}}\,t.$$

Plecînd de la faptul că, la rezonanță, amplitudinea forței elastice este egală cu amplitudinea forței de inerție:

$$F_{e\,max} = F_{i\,max} = \frac{H_m}{c}\sqrt{km},$$

se observă că *în cazul frecărilor slabe* ($c \ll 1$), *aceste amplitudini pot depăși cu mult amplitudinea forței active* ($F_{e\,max} = F_{i\,max} \gg H_m$), situație în care limita de rupere a materialului resortului mecanic poate fi depășită, iar sistemul distrus ceea ce înseamnă deci *catastrofa la rezonanță mecanică a construcțiilor.*

Din punct de vedere energetic se poate face constatarea că, la rezonanță, energia potențială elastică concentrată în

Scanned with CamScanner

resort și energia cinetică a corpului de masă m se transformă alternativ una în alta, în timp ce energia furnizată de excitator se transformă ireversibil în căldură prin frecare.

Tot cu ajutorul matematicii elementare se poate arăta că puterea și respectiv energia furnizată de excitator receptorului la rezonanță, sînt maxime.

Într-adevăr, puterea furnizată de excitator este:

$$p = Hv = \omega A H_m \sin(\omega t + \varphi) \cos \omega t,$$

sau avînd în vedere (11) și faptul că:

$$\sin(\omega t + \varphi) \cos \omega t = \frac{1}{2}[\sin \varphi + \sin(2\omega t + \varphi)],$$

avem:

$$p = \frac{H_m^2}{2Z}[\sin \varphi + \sin(2\omega t + \varphi)]. \tag{15}$$

Interesînd puterea medie furnizată de excitator în decursul unei perioade, rezultă:

$$P = \frac{H_m^2}{2Z} \sin \varphi = \frac{H_m^2 c}{2Z^2}, \tag{16}$$

deoarece în decursul unei perioade valoarea medie a termenului $\sin(2\omega t + \varphi)$ este nulă, iar din (9):

$$\sin \varphi = \pm \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}} = \pm \frac{c}{\sqrt{c^2 + (k/\omega - m\omega)^2}} = \pm \frac{c}{Z}.$$

Presupunînd $\varphi > 0$, rezultă $\sin \varphi = c/Z$.

Analizînd expresia puterii medii dată prin relația (16), se constată ușor că pentru $Z_{min} = c$ (la rezonanță), avem:

$$P_{max} = \frac{H_m^2}{2c}, \tag{17}$$

ceea ce confirmă afirmația apriori făcută.

Din cele prezentate, se poate face constatarea că sistemul oscilant considerat reprezintă un sistem mecanic cu elemente concentrate, deoarece energiile de tip potențial și de tip cinetic sînt concentrate (localizate) în regiuni ale sistemului care diferă spațial între ele.

Scanned with CamScanner

În sfîrşit, iată deci că apariţia „*catastrofei la rezonanţă*“ se datorează transferului maxim de putere de la excitator la receptor.

O INTERESANTĂ METODĂ DE MĂSURARE A ACCELERAŢIEI GRAVITAŢIEI TERESTRE

Acceleraţia gravitaţională g, de cădere liberă a corpurilor pe Pămînt, depinde, ca mărime, de altitudine (de distanţa pînă la centrul Pămîntuluí) şi într-o măsură mai mică de latitudine (din cauza turtirii Pămîntului la poli şi, mai ales, din cauza rotirii lui). Acceleraţia gravitaţională *normală* (sau standard) se consideră $g_n = 9{,}80665$ m/s², iar la nivelul mării şi la paralela 45°, $g_0 = 9{,}80616$ m/s².

Pentru măsurarea mărimii acestei acceleraţii se cunosc mai multe metode. O metodă ce dă un înalt grad de precizie, şi care nu se găseşte de regulă în manualele şcolare de fizică, se bazează pe măsurarea duratei de scurgere a apei dintr-un vas, indiferent de forma geometrică a acestuia.

Să vedem în ce constă principiul acestei metode.

Pentru un calcul relativ mai uşor să presupunem un vas în formă de semisferă cu raza R şi care are un orificiu în partea inferioară de rază r (fig. 20).

Presupunînd că vasul este plin cu apă, ne propunem să determinăm în cît timp se va scurge din acest vas toată apa.

Pentru aceasta notăm cu h nivelul apei (sau altui lichid considerat ideal) la momentul t.

Admitem că viteza de scurgere a lichidului prin orificiul de jos este dată de formula lui Galilei (Toricelli):

$$v = \sqrt{2gh}. \qquad (1)$$

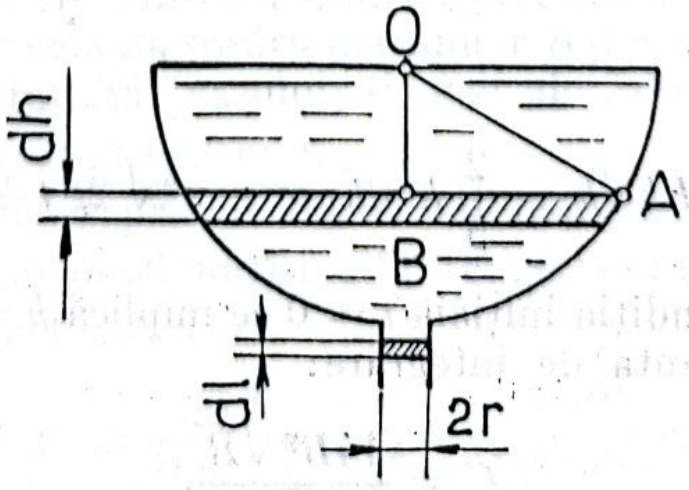

Fig. 20

Scanned with CamScanner

Dacă considerăm un interval de timp infinit mic dt atunci se poate admite că viteza de scurgere în acest interval de timp nu variază sensibil.

Notînd cu dV volumul de lichid care se scurge în acest interval de timp atît în partea superioară, cît și prin orificiul de scurgere, putem scrie:

$$dV = S\,dh = \pi\,AB^2\,dh, \tag{2}$$

și încă:

$$dV = s\,dl = \pi r^2 v\,dt = \pi r^2\,\sqrt{2gh}\,dt. \tag{3}$$

Comparînd (2) cu (3) rezultă:

$$\pi\,AB^2\,dh = -\,\pi r^2\,\sqrt{2gh}\,dt. \tag{4}$$

Semnul minus în relația (4) s-a pus deoarece funcția $h(t)$ este o funcție descrescătoare.

Dar din fig. 20 rezultă că:

$$AB^2 = AO^2 - OB^2 = R^2 - (R - h)^2,$$

adică:

$$AB^2 = 2Rh - h^2. \tag{5}$$

Înlocuind (5) în (4) rezultă ecuația diferențială:

$$\frac{(2Rh - h^2)\,dh}{\sqrt{h}} = -\,r^2\,\sqrt{2g}\,dt. \tag{6}$$

Procedînd la integrarea ecuației (6) avem:

$$\int (2Rh^{\frac{1}{2}} - h^{\frac{3}{2}})\,dh = -\,r^2\,\sqrt{2g}\int dt,$$

sau:

$$\frac{4}{3}\,Rh\sqrt{h} - \frac{2}{5}\,h^2\sqrt{h} = -\,r^2\sqrt{2g}\,t + C. \tag{7}$$

Punînd condiția inițială $t = 0$ ce implică $h = R$, obținem din (7) constanta de integrare:

$$C = \frac{14R^2\sqrt{R}}{15}. \tag{8}$$

Scanned with CamScanner

Înlocuind (8) în (7) obținem funcția $h(t)$ sub forma:

$$\frac{4\,R}{3}h\sqrt{h} - \frac{2}{5}h^2\sqrt{h} = \frac{14R^2\sqrt{R}}{15} - r^2\sqrt{2g}\,t. \qquad (9)$$

Dacă în relația (9) punem $h = 0$, obținem timpul de scurgere:

$$t = \frac{14R^2\sqrt{R}}{15\,r^2\sqrt{2g}}. \qquad (10)$$

Din relația (10) putem ușor determina accelerația gravitației:

$$g = \frac{98\,R^5}{225\,r^4t^2}. \qquad (11)$$

În (11) se observă că:

$$k = \frac{98\,R^5}{225\,r^4} = \text{const.}$$

Ca urmare, avem:

$$g = \frac{k}{t^2}. \qquad (12)$$

Iată deci că mărimea constantă k putînd fi considerată ca o constantă a dispozitivului (a vasului) putem determina g în funcție de măsurarea timpului de scurgere t.

Legat de acest principiu de măsurare a accelerației gravitaționale, este firesc să ne întrebăm: care este gradul de precizie a măsurării mărimii accelerației gravitației?

Cititorul poate constata ușor că precizia acestei măsurări depinde de precizia măsurării mărimilor R și r, de care depinde constanta aparatului (vasului) și, mai ales, de precizia măsurării timpului de scurgere t.

În legătură cu primul aspect (al măsurării R și r) este de arătat că în două locuri diferite ale suprafeței terestre, putem scrie potrivit (11):

$$g_1 = \frac{98\,R^5}{225\,r^4t_1^2},\quad g_2 = \frac{98\,R^5}{225\,r^4t_2^2},$$

Scanned with CamScanner

și din aceste egalități rezultă:

$$\frac{g_1}{g_2} = \left(\frac{t_2}{t_1}\right)^2.$$

Este deci suficient să cunoaștem accelerația g_1 și timpul t_1 într-un loc de pe Pământ, în vederea determinării constantei aparatului, $g_1 t^2 = k$, pentru a putea afla accelerația gravitației în oricare alt loc de pe Pământ.

În legătură cu precizia măsurării timpului de scurgere, să ne referim la un exemplu numeric.

Să presupunem că mărimea timpului de scurgere $t = 10^4$ s (aproximativ 3 ore) și dacă cronometrul indică în acest interval de timp o eroare absolută de 0,1 s, atunci, pe baza relației (12), eroarea relativă a lui g va fi:

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{\frac{dg}{dt} \cdot \Delta t}{g} = \frac{\frac{-2k\,\Delta t}{t^3}}{\frac{k}{t^2}} = -2\,\frac{\Delta t}{t},$$

sau

$$\left|\frac{\Delta g}{g}\right| = \frac{2 \cdot 0{,}1}{10^4} = 2 \cdot 10^{-5} = 20 \cdot 10^{-6}.$$

În legătură cu rezultatul obținut este important de amintit că variația diurnă a lui g datorită influenței Lunii este de ordinul $4{,}7 \cdot 10^{-6}$.

Aceasta înseamnă că dacă un asemenea dispozitiv ar fi prevăzut cu un sistem electronic automat de măsurare a intervalului de timp t, s-ar putea simți chiar și prezența Lunii pe bolta cerească.

Evident că, dacă alegem un interval de timp mai mare, obținem și o precizie mai mare pentru g.

Amintim și faptul că interesul pentru o cît mai bună precizie a măsurării accelerației gravitației terestre este prezent în multe domenii practice, printre care, de exemplu, în descoperirea anomaliilor gravitaționale ce pot indica zăcăminte minerale.

FIZICA ȘI JOCUL DE FOTBAL

Spectatorii de fotbal aplaudă des jucătorul care din lovitură de colț (corner) sau din altă poziție, marchează un gol pe care „plasamentul“ adversarului nu-l poate împiedica.

Scanned with CamScanner

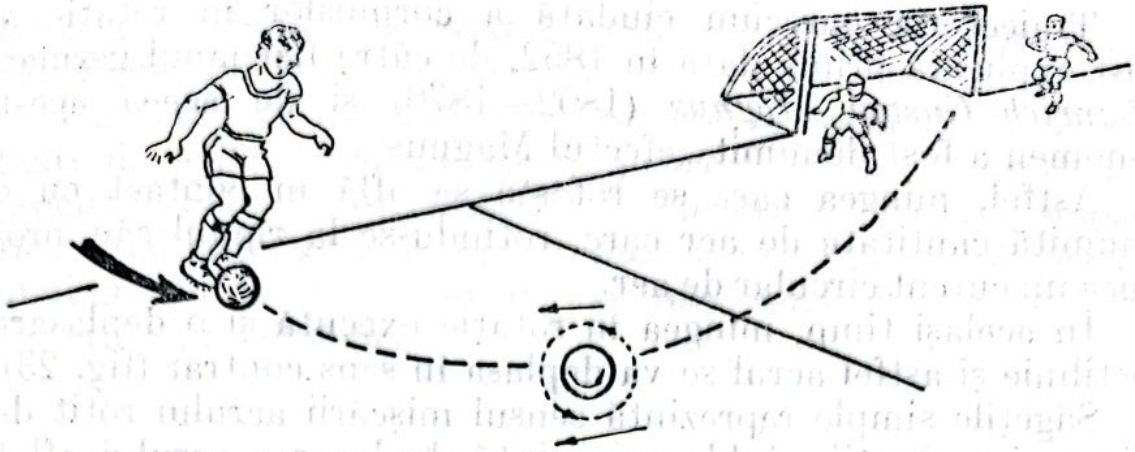

Fig. 21

În aceste cazuri mingea se mișcă pe o traiectorie care diferă de cea obișnuită *răsucindu-se surprinzător* (fig. 21).

Cum se explică acest fenomen? Ca să putem răspunde la întrebare, plecăm de la adevărul dovedit de experiență că un corp care cade sau este aruncat liber; dacă în timpul mișcării sale se și rotește, atunci acesta nu se va deplasa pe o traiectorie obișnuită, ci pe una „falsă".

Rezultă deci că, dacă fotbalistul vrea să marcheze gol pe traiectorie „falsă", el trebuie să lovească mingea astfel încît aceasta să execute și o mișcare de rotație.

Pentru ca mingea să se rotească, aceasta nu trebuie lovită, centric, ci puțin mai la stînga sau la dreapta centrului ei (fig. 22), în funcție de direcția în care vrem să se rotească, adică să se răsucească.

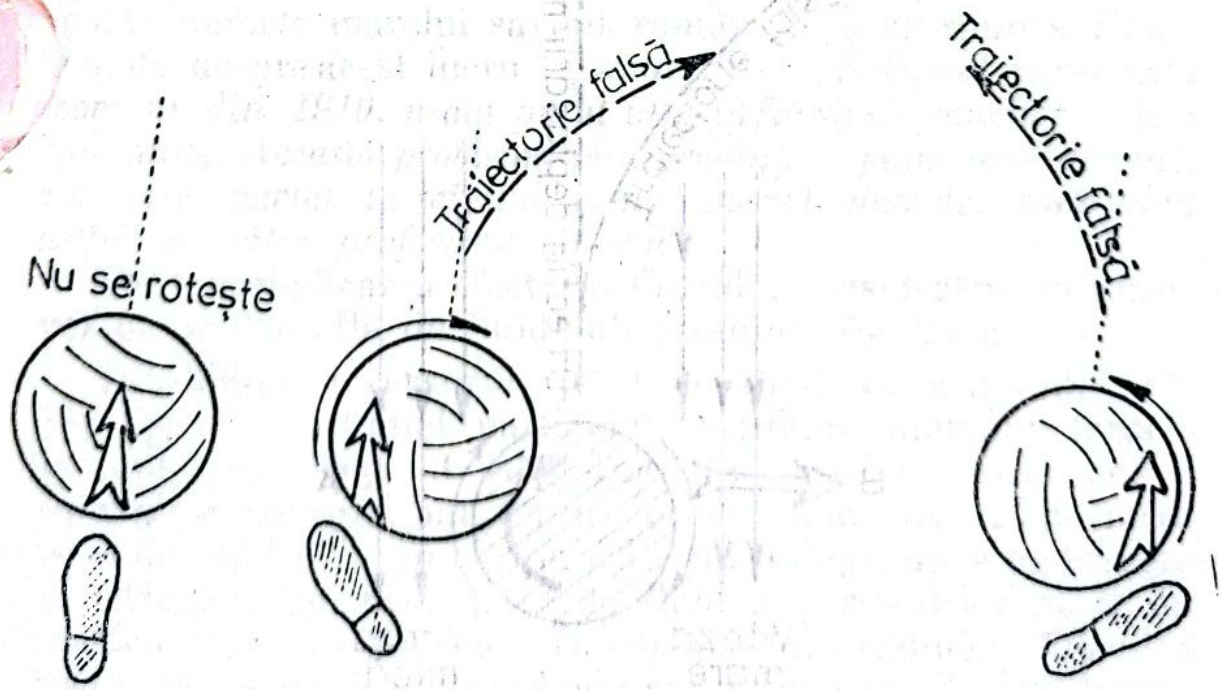

Fig. 22

Traiectoria oarecum ciudată a corpurilor în rotație a fost explicată prima dată în 1852, de către fizicianul german *Heinrich Gustav Magnus* (1802—1870) și de aceea acest fenomen a fost denumit „efectul Magnus".

Astfel, mingea care se rotește se află în contact cu o anumită cantitate de aer care, rotindu-se la rîndul său, produce un curent circular de aer.

În același timp, mingea în rotație execută și o deplasare rectilinie și astfel aerul se va deplasa în sens contrar (fig. 23).

Săgețile simple reprezintă sensul mișcării aerului rotit de minge, iar săgețile duble reprezintă deplasarea aerului aflat în repaus relativ.

În partea notată cu *A* (în partea dreaptă a mingii), sensurile mișcării celor două straturi de aer sînt contrare, deci se slăbesc, adică viteza rezultantă a aerului va fi mai mică. În partea notată cu *B* (în partea stîngă a mingii), sensurile mișcării celor două straturi de aer sînt aceleași, deci se întăresc, adică viteza rezultantă a aerului va fi mai mare. Acolo unde viteza aerului este mai mare apare o scădere de presiune statică, adică un efect de absorbție și invers (potrivit unei legi stabilită de fizicianul elvețian *Daniel Bernoulli* (1700—1782). Ca urmare a diferenței de presiune care se formează între partea dreaptă și cea stîngă (între *A* și *B*),

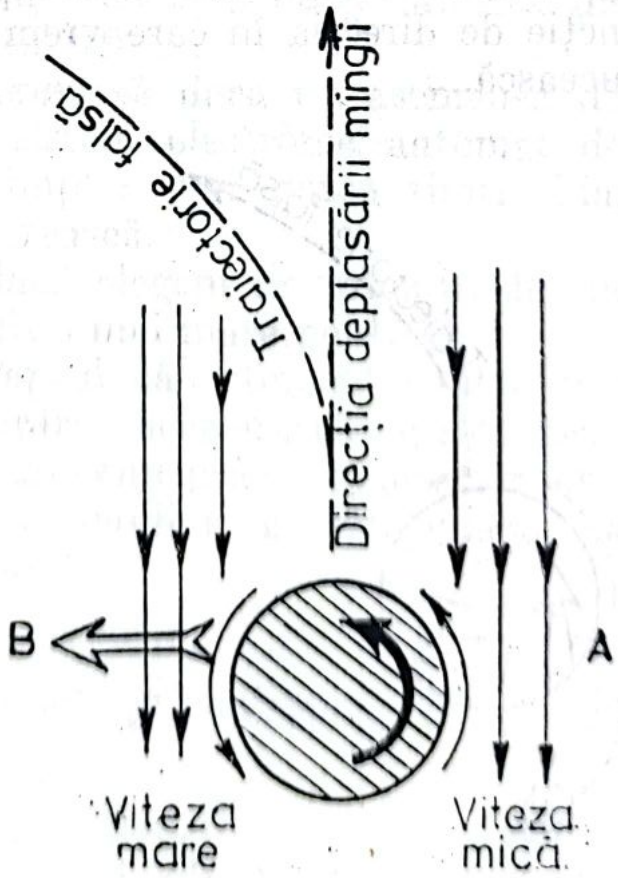

Fig. 23

Scanned with CamScanner

mingea se deplasează lateral de la presiunea mai mare (A) către presiunea mai mică (B).

Un fenomen asemănător apare și la jocul de tenis sau tenis de masă, cînd partenerii joacă cu mingi „tăiate" sau „sucite". Este de precizat că și popicarii cunosc fenomenul. Revenind la jocul de fotbal, trebuie să observăm că înscrierea unui gol direct din corner, de exemplu, implică și cunoașterea cîtorva legi din fizică.

EFECTUL COANDĂ

Henri Coandă (1886—1972), unul din marii oameni de știință ai neamului românesc a observat efectul care-i poartă numele cu prilejul istoricului său zbor, pe primul avion cu reacție din lume construit de dînsul, în ziua de 16 decembrie 1910. Coandă observase în timpul pilotajului că jetul de gaze și flăcări ce ieșea din motor nu urma deflectoarele de asbest montate special pentru a devia jetul fierbinte de gaze, ci se apropia de fuselajul avionului său astfel încît se crea impresia că deflectoarele amplifică efectul observat. Urmărirea sensului curios al flăcărilor în timpul zborului a provocat neatenția savantului la pilotaj, ceea ce a dus la distrugerea aparatului. Astfel, această încercare de zbor, care a consacrat nașterea aviației cu reacție, în același timp a condus la un mare cîștig pentru tehnica mondială; descoperirea efectului ce poartă numele marelui savant român. Iată ce spunea Henri Coandă despre acest lucru în anul 1970: „*Folosind experiența zborului din 1910, n-am putut uita că flăcările jeturilor veneau spre mine. Această problemă m-a preocupat, peste două decenii, dar m-a purtat la efectul ce-mi poartă numele, statornicit astfel de către profesorul Metral*".

Pentru explicarea efectului Coandă, considerăm un rezervor în care se află un fluid sub presiune (fig. 24 a).

Deschizînd rezervorul, jetul de fluid va urma direcția din figură, entrenînd particulele mediului ambiant (reprezentare prin săgeți laterale). Dacă în apropierea rezervorului considerat aducem un ecran curbat ca în (fig. 24 b, între jetul de fluid și ecran se creează o mică depresiune ca urmare a antrenării de către jetul de fluid a particulelor mediului existent între jet și ecran. În consecință, presiunea dinamică între jet și ecran micșorîndu-se, jetul este deviat înspre ecran urmînd curbura acestuia.

Scanned with CamScanner

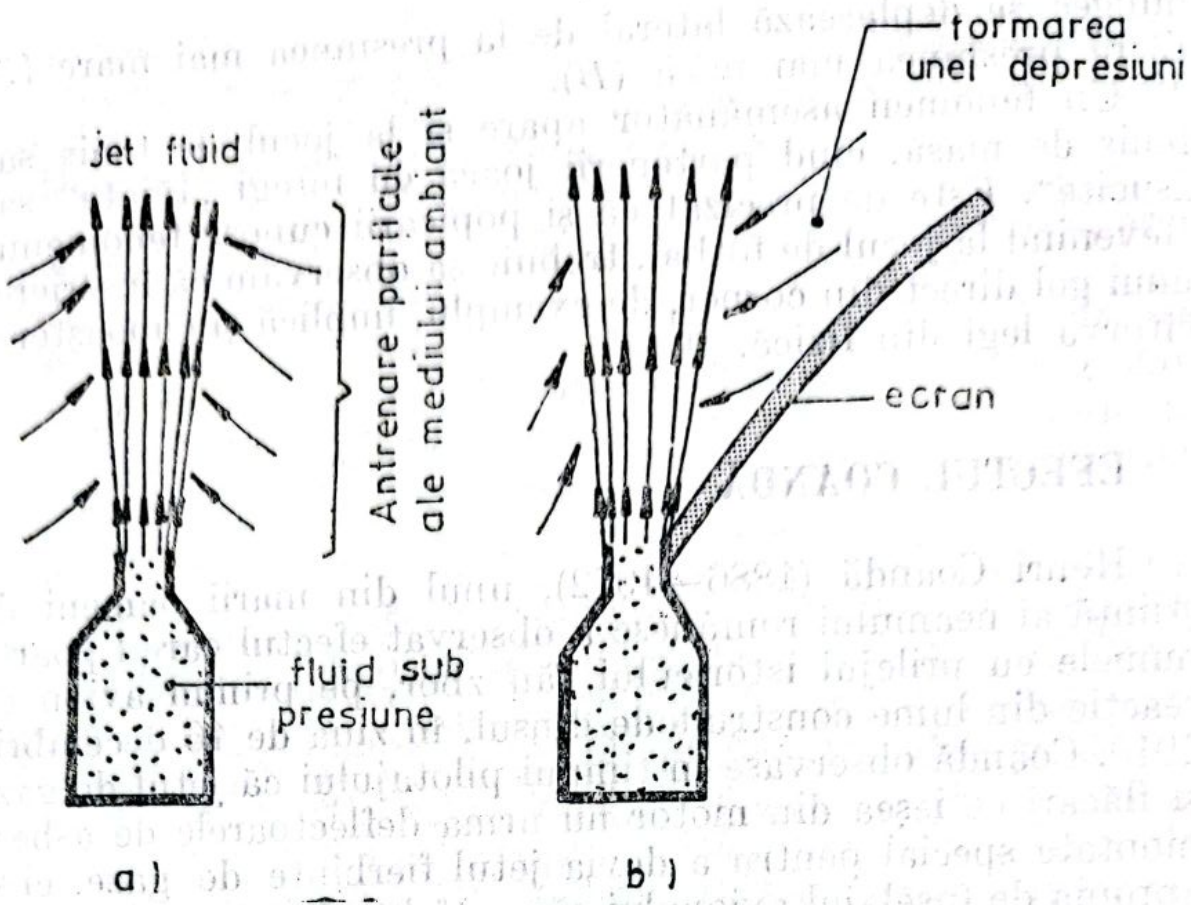

Fig. 24

Fenomenul se produce și atunci cînd ecranul are altă formă geometrică. Tot așa s-a întîmplat și în 1910, cînd Coandă a efectuat primul zbor la bordul avionului său cu reacție; rolul ecranului îl avea fuselajul avionului. În fig. 25 a și b se arată modul în care este deviat un jet de fluid și antrenarea particulelor mediului ambiant (fenomenul seamănă oarecum cu efectul Bernoulli).

De reținut este faptul că jetul poate fi deviat pînă la 160° și chiar pînă la 180° față de direcția inițială, iar depresiunea între jetul de fluid și ecran poate atinge valori pînă la 0,9 atmosfere tehnice; scăderea presiunii dinamice depinde de viteza jetului de fluid, crescînd o dată cu creșterea vitezei jetului. Efectul Coandă are numeroase aplicații în tehnică, la sistemele de propulsie, inversoare de tracțiune, atenuatoare de zgomot, deviatoare de jet, pulverizatoare de aerosoli, injectoare de combustibil, dispozitive de hipersustentație ș.a. Interesantă este din acest punct de vedere o aplicație proiectată de însăși Coandă în 1935.

Este vorba de „aerodina lenticulară", care reprezintă un aparat de zbor în formă de „farfurie zburătoare", în stare să decoleze și să aterizeze pe verticală, să se mențină

Scanned with CamScanner

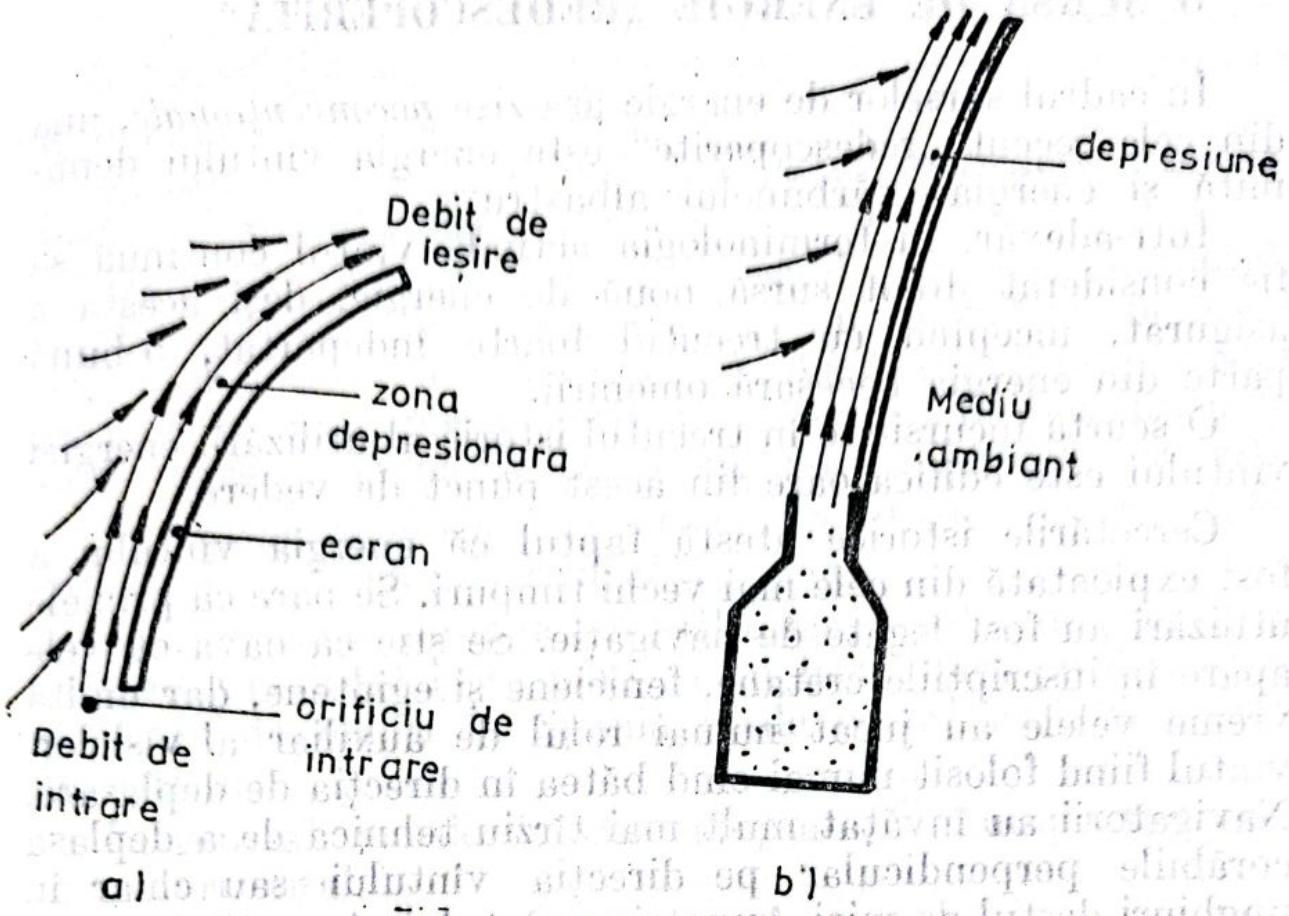

Fig. 25

în aer într-un punct fix și să zboare cu viteze orizontale mari.

Niște ejectoare centrifugale, alimentate cu vapori produși de un generator, absorb aerul ambiant și apoi îl comprimă. Aerul astfel comprimat este destins în elemente de sustentație montate la periferie, care de fapt sînt ejectoare interioare ce produc sucțiunea aerului de deasupra lor și o depresiune pe profilul curb convergent, determinînd ridicarea de pe sol.

Efectul Coandă și-a găsit aplicații și în medicină și anume, la construirea unor elemente pneumonice, care acționează pe baza unui jet de aer, înlocuind sistemele electronice acolo unde sînt influențate de radiații și temperatură.

De asemenea, efectul Coandă poate fi utilizat la controlul și ghidarea sateliților artificiali. Cîmpul larg al aplicațiilor efectului Coandă este explorat și exploatat atît în țara noastră, cît și în alte multe institute de cercetare și laboratoare din țări cu bogate tradiții tehnico-științifice. Variate noi aplicații tehnice ale efectului Coandă vin să confirme mereu marea valoare a descoperirii savantului român, descoperire care se datorează invenției avionului cu reacție.

Scanned with CamScanner

O SURSĂ DE ENERGIE „REDESCOPERITĂ“

În cadrul surselor de energie așa-zise *neconvenționale*, una din cele recent „redescoperite“ este energia vîntului denumită și energia „cărbunelui albastru“.

Într-adevăr, în terminologia actuală vîntul continuă să fie considerat drept sursă nouă de energie, deși acesta a asigurat, începînd cu trecutul foarte îndepărtat, o bună parte din energia necesară omenirii.

O scurtă incursiune în trecutul istoric al utilizării energiei vîntului este edificatoare din acest punct de vedere.

Cercetările istorice atestă faptul că energia vîntului a fost exploatată din cele mai vechi timpuri. Se pare că primele utilizări au fost legate de navigație. Se știe că nava cu vele apare în inscripțiile cretane, feniciene și egiptene, dar multă vreme velele au jucat numai rolul de auxiliar al vîslelor, vîntul fiind folosit numai cînd bătea în direcția de deplasare. Navigatorii au învățat mult mai tîrziu tehnica de a deplasa corăbiile perpendicular pe direcția vîntului sau chiar în unghiuri destul de mici, împotriva vîntului. Această descoperire a dus treptat la înlăturarea vîslelor, la mărirea tonajului, la extinderea traseelor corăbiilor și implicit la descoperirile geografice.

Documente istorice de acum 5 000 de ani dovedesc, de pildă, că vela a fost folosită în navigație pe Nil. Atît de important era vîntul pentru societatea antică încît mitologia greacă i-a asociat un zeu, *Aiolos* (*Eol*, zeul vînturilor). De aici și denumirea de energie eoliană.

Potrivit legendei, Eol ținea vînturile ferecate într-o peșteră adîncă de pe insulele Eoliene (astăzi Lipare) lîngă Sicilia și le putea dezlănțui după voie.

„*Bat nestatornice vînturi, căci poarta închisorii lui Eol/ șase zile-n șir stă cu zăvorul deschis*“, scria marele poet al antichității, Ovidiu. Se presupune că legenda zeului Eol a plecat de la un personaj real, Eol — prinț al insulelor Lipare —, care a avut înclinații pentru studiul astronomiei și al fenomenelor meteorologice și care știind să prevadă vremea, în special vînturile și furtunile, dădea sfaturi folositoare navigatorilor.

Pentru timpurile respective, asemenea previziuni (prognoze) fiind considerate drept minuni, grecii au atribuit lui Eol puterea de a stăpîni vînturile și de a le dezlănțui după voia sa.

Primele turbine de vînt, folosind definiția actuală a acestor mașini, erau probabil cu ax vertical, dată fiind simpli-

Scanned with CamScanner

tatea lor constructivă. Astfel de turbine s-au folosit pentru prima dată în Persia, cu 200 ani î.e.n., la pomparea apei sau la măcinatul grîului.

Folosirea acestor mori de vînt cu ax vertical, a *panemonelor*, s-a răspîndit ulterior prin toată lumea islamică.

Mai tîrziu, au fost inventate mori de vînt cu ax orizontal, constînd din pînă la zece brațe de lemn, avînd fixate pînze ce-și schimbau orientarea (trinca). Asemenea tipuri arhaice de mori de vînt pot fi întîlnite și astăzi, în funcțiune, în zona mării Mediterane și în special în insulele grecești.

În secolele al X-lea și al XI-lea, morile de vînt erau folosite pe scară largă în Orientul Apropiat.

În Europa se semnalează utilizarea morilor de vînt prin secolele XI—XIII și se pare că au fost aduse pe două căi, respectiv de mauri în Spania și de către cruciații întorși din Orient.

În general, morile de vînt adoptate în Europa sînt cele cu ax orizontal.

Este interesant de remarcat că cele mai multe drepturi senioriale din Europa medievală includeau dreptul de a refuza permisiunea de a construi mori de vînt, obligînd astfel locuitorii unei anumite zone să-și macine grînele la moara seniorului.

Perfecționate continuu, morile cu patru pale, în cruce, construite cu miile în zonele costiere ale Europei de nord, creează imaginea familiară a „morilor olandeze".

Pe teritoriul țării noastre se pare că primele mori de vînt datează din secolul al XIII-lea. Cert este că la sfîrșitul secolului trecut, în Dobrogea și Moldova funcționau aproape o mie de mori de vînt. În număr mare asemenea mori existau și în Muntenia, Transilvania și Banat.

Deși utilizarea energiei eoliene se diversifică prin crearea presei de ulei, ferăstraie ș.a., practic cîteva secole nu se introduce nici o tehnologie care să revoluționeze acest domeniu. La mijlocul secolului trecut, în S.U.A. începe să se producă o instalație eoliană pentru pompajul local al apei, devenită și ea familiară.

Este vorba de „roata fermierului", cu un rotor multipală de mici dimensiuni, care spre sfîrșitul secolului trecut începe să se utilizeze cuplat cu un generator, pentru producerea de energie electrică, puterea nedepășind un kilowatt.

Scanned with CamScanner

Dezvoltarea industrială — răspîndirea motorului cu explozie și electrificarea rurală — are drept urmare slăbirea interesului pentru astfel de instalații.

Perioada anilor '30 ai veacului nostru reprezintă apogeul acestor utilizări, deși în deceniul al 5-lea mai funcționau în întreaga lume sute de mii de instalații de mică putere (S.U.A., U.R.S.S., ș.a.).

Rarele preocupări legate de o utilizare la nivel industrial (U.R.S.S., S.U.A., Franța ș.a.) demonstrau, încă o dată, disponibilitățile surselor de energie eoliene a căror utilizare fusese validată de milenii.

Dar unele dificultăți tehnice combinate cu conjunctura economică, au dus, rînd pe rînd, la abandonarea chiar și a celor mai ambițioase programe de valorificare a potențialului energetic eolian.

Mai mult decît atît, o dată cu dezvoltarea rețelelor electrice de transport și distribuție, s-a renunțat treptat și la cea mai mare parte dintre instalațiile eoliene existente, ele fiind înlocuite prin acționări cu motoare electrice.

Supremația combustibililor fosili superiori a avut drept urmare desuetudinea și, în mare parte, uitarea surselor energetice eoliene.

Fiorul rece însă al crizei energetice mondiale declanșate furtunos în 1973 a dat semnalul căutării intense de noi surse energetice, care să permită reducerea consumului de petrol și gaze naturale. În acest context, lumea „redescoperă" energia „cărbunelui albastru" și o aduce în preocupările de actualitate.

Astfel, multe din țările lumii — și în special cele industrializate — lansează, după anul 1973, programe vizînd realizarea, pe baza celor mai moderne tehnologii, a unor aerogeneratoare de mare putere, competitive cu sursele clasice de energie.

În ciuda caracterului ei dispersat, intermitent și aleatoriu, concomitent cu pledoarii convingătoare la adresa utilizării energiei eoliene apar în lume sute (poate și mai multe) brevete de invenții menite a ridica gradul de competitivitate al instalațiilor de captare și conversie a acestei energii în alte forme de energie utile omului.

De asemenea, acțiunea de inventariere și zonare a potențialului energetic eolian se desfășoară foarte alert.

Cu toate acestea, specialiștii sînt încă departe de a îmbrățișa un punct de vedere comun în legătură cu afirmarea

Scanned with CamScanner

energiei eoliene ca o alternativă viabilă în cadrul energeticii neconvenționale. Unul din aspectele controversate constă în faptul că gradul de utilizare al energiei vîntului, la nivelul realizărilor actuale în domeniul turbinelor eoliene, este redus.

Într-adevăr se știe, de exemplu, că pentru o turbină eoliană cu ax orizontal tip elice, puterea la axul acesteia (în SI) este:

$$P = \frac{1}{2} \rho S v^3 C_p, \qquad (1)$$

în care ρ este densitatea aerului, S — suprafața baleiată de pale, v — viteza vîntului, iar C_p — coeficientul de putere (randamentul eolian) și care reprezintă raportul dintre puterea mecanică culeasă de axul turbinei și puterea vîntului.

Valoarea maximă ideală a coeficientului de putere este $C_{p\,max} = 0{,}593$ (limita lui Betz).

În mod practic $C_p = 0{,}2—0{,}4$.

Luînd în considerare $S = \pi D^2/4$, în care D este diametrul ariei circulare baleiate de palele turbinei, relația (1) capătă forma:

$$P = \frac{\pi}{8} \cdot \rho D^2 v^3 C_p. \qquad (2)$$

În sfîrșit, dacă adoptăm $\rho = 1{,}27$ kg/m^3 (densitatea aerului la $t = 15°$ C și $p = 760$ mm Hg), relația (2) devine:

$$P = 0{,}498\ C_p D^2 v^3. \qquad (3)$$

Din (3) rezultă că pentru a se obține puteri mari sînt necesare turbine cu diametrul palelor mare și că această putere variază cu cubul vitezei vîntului. Variația vitezei vîntului în limite largi are drept urmare variația puterii.

Așadar, destule dezavantaje. Și totuși, energia eoliană are și multiple avantaje. Astfel, această energie este practic inepuizabilă, nepoluantă, gratuită și disponibilă pretutindeni.

În legătură cu coeficientul de putere mic trebuie să subliniem că energia eoliană nefiind o energie primară în sensul strict al cuvîntului (nu cere o extracție primară), rezultă că nu randamentul eolian este determinant în legătură cu valorificarea potențialului energetic eolian al unei anumite zone geografice. Decisive rămîn a fi cheltuielile de investiții ca și cele de exploatare.

Scanned with CamScanner

Energia eoliană constituie, de fapt, un „subprodus" al energiei termice date de către Soare și, oarecum, al energiei gravitaționale. De asemenea, ea este o energie „internațională", dar, ca și în cazul altor surse energetice, poate într-un grad mai redus, ea nu este uniform repartizată.

În același context este de subliniat că deși conversia energiei eoliene în energie mecanică sau electrică beneficiază — între sursele neconvenționale — de tehnologia cea mai matură, bazată pe o îndelungată experiență istorică, paradoxal, această conversie prezintă un pronunțat caracter de noutate. Aceasta deoarece pentru a fi competitivă se cer tehnologii de elită, încă insuficient „banalizate", accesibile numai cu un serios efort de cercetare-dezvoltare.

Referindu-ne la țara noastră este de remarcat că teritoriul național fiind situat într-o zonă de interferență a maselor de aer cu contraste termo-barice mari, dispune în ansamblu de un potențial energetic eolian bun.

Configurația reliefului, care compartimentează puternic teritoriul țării, imprimă modificări evidente în mărimea acestuia de la o regiune la alta, determinînd o repartiție neuniformă a sa.

Studiile elaborate conduc la concluzia că dintre sursele noi și regenerabile de energie, vîntul va putea avea o pondere importantă în producerea energiei electrice în țara noastră. Pe baza estimărilor actuale, potențialul energetic eolian, tehnic și economic minim amenajabil al țării noastre, la nivelul tehnologiilor actuale, este de circa $15 \cdot 10^6$ MWh/an, ceea ce înseamnă o economisire a circa $5{,}5 \cdot 10^6$ tone combustibil convențional/an.

Cu o anumită rezervă se poate aprecia că evaluarea potențialului energetic eolian de $(2—3) \cdot 10^6$ tone combustibil convențional/an nu reprezintă un nivel prea hazardat. Toate acestea dovedesc că programul, în curs de derulare, privind punerea în valoare a potențialului energetic eolian al țării poate și trebuie să aducă un aport considerabil în balanța energetică națională.

SURSA DE ENERGIE A FENOMENELOR CAPILARE

Lichidele care udă pereții vaselor se urcă în tuburile capilare pînă la o înălțime dată de cunoscuta lege a lui Jurin (1718):

Scanned with CamScanner

$$h = \frac{2\sigma}{r\rho g}, \qquad (1)$$

în care σ este tensiunea superficială a lichidului, r este raza tubului capilar, ρ este densitatea lichidului, iar g — accelerația gravitației terestre. Ascensiunea capilară este determinată de forțele de tensiune superficială, de pe conturul meniscului.

În mod firesc apar două întrebări. În evoluția acestui fenomen se observă vreo modificare sesizabilă a tubului sau a lichidului? Care este sursa de energie a fenomenelor de capilaritate?

Spre a putea da răspunsul la aceste întrebări, trebuie să luăm în considerare faptul că, adesea, unele modificări de stare ale corpurilor scapă de sub atenția noastră, din cauză că sînt foarte mici.

Ascensiunea capilară se face pe seama reducerii energiei interne a lichidului. Cu toate acestea, coborîrea temperaturii care însoțește acest fenomen este mult prea mică pentru a putea fi observată cu ușurință.

Fie m masa lichidului care s-a ridicat în vasul capilar la înălțimea h. Luînd în considerare faptul că centrul de greutate al lichidului din vasul capilar se află la jumătatea coloanei de lichid, rezultă că lucrul mecanic efectuat de forțele de tensiune superficială este

$$L = \frac{1}{2} mgh. \qquad (2)$$

Lucrul mecanic efectuat este egal, în acest caz, cu micșorarea energiei interne a lichidului.

Variația de temperatură a lichidului poate fi determinată (aproximativ) împărțind lucrul mecanic la capacitatea calorică a lichidului:

$$\Delta\theta = \frac{L}{mc}, \qquad (3)$$

în care c este căldura specifică a lichidului.

Înlocuind (1) și (2) în (3), se obține:

$$\Delta\theta = \frac{\sigma}{cr\rho}. \qquad (4)$$

Scanned with CamScanner

Pentru a ne da seama de mărimea variației $\Delta\theta$ a temperaturii lichidului ca urmare a ascensiunii sale capilare, să considerăm cazul apei la care $\sigma = 73{,}10^{-3}$ N/m, $c = 4{,}18 \cdot 10^3$ J/kg·grd și $\rho = 10^3$ kg/m^3, pentru un tub capilar cu $r = 10^{-3}$ m.

Potrivit (4) avem:

$$\Delta\theta = \frac{73 \cdot 10^{-3}}{4{,}18 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} \cdot 10^3} \approx 17 \cdot 10^{-6} \text{ grd.}$$

Fără îndoială că sesizarea variației temperaturii cu $17 \cdot 10^{-6}$ grd. este practic imposibilă. De fapt însă, scăderea temperaturii este mai mică, deoarece în calculul cu relația (4) am considerat că lucrul mecanic L se efectuează doar pe seama reducerii energiei interne a lichidului ce urcă în tubul capilar. În realitate, lucrul mecanic L se efectuează pe seama reducerii energiei interne a întregii mase de lichid în care se introduce tubul capilar.

Mai trebuie adăugat că pentru calculul diferenței de temperatură $\Delta\theta$ s-a luat în considerare o transformare adiabatică, și anume că ascensiunea lichidului în tub se produce destul de repede.

În comparație cu prima aproximare, eroarea comisă considerînd transformarea adiabatică este destul de mică și nu influențează esențial concluzia finală.

GERURILE POLARE ȘI EXPLICAȚIA LOR

După cum se știe, în regiunile polare ale Pămîntului gerurile aspre domnesc aproape tot timpul anului.

Se cunosc teoriile mai vechi după care aceste geruri s-ar datora faptului că radiațiile Soarelui — generatorul nostru de căldură — nu cad perpendicular pe suprafața Pămîntului, ci oblic, formînd un unghi mai mult sau mai puțin ascuțit, după cum ne depărtăm de poli către ecuator. Iată însă că măsurătorile făcute în cadrul Anului geofizic internațional (1957—1958) infirmă aceste teorii.

Măsurătorile făcute dovedesc că suprafața Pămîntului primește în regiunile polare aceeași cantitate de radiații solare ca și la ecuator. Vara, cînd ziua polară este mai lungă decît cea de la ecuator, suprafața globului ar putea primi chiar o cantitate mai mare de radiații calorice la poli decît

Scanned with CamScanner

în zona ecuatorială. Şi totuşi de ce clima regiunilor polare este atît de aspră? Răspunsul este foarte simplu: cea mai mare parte, ca să nu spunem aproape toată cantitatea de căldură, se risipeşte! Ea este „respinsă“ de scoarţa terestră prin reflexie, numită în limbaj ştiinţific *albedo*, care în regiunile polare este extrem de mare. *Albedo*-ul variază după natura suprafeţei pe care cad radiaţiile Soarelui. Într-adevăr dacă marea nu reflectă decît 5—10% din energia primită, iar uscatul neacoperit de zăpadă 20%, suprafaţa gheţii sau a zăpezii reflectă 70—90% din radiaţiile primite. Masele enorme de gheaţă, care numai în Antarctida sînt evaluate la 25 000 000 km² şi care în unele locuri depăşesc o grosime de 4 000 m, se întreţin necontenit tocmai datorită fenomenului de reflexie, ca şi frigului pe care îl generează prin dimensiunile lor uriaşe.

S-a calculat că dacă ele ar dispărea deodată, atunci regiunile polare, datorită acţiunii regulatoare a oceanului, care absoarbe aproape întreaga cantitate de radiaţii calorice primite de la Soare, ar avea o temperatură foarte blîndă, ce n-ar scădea sub +5°C chiar în timpul iernii polare.

Ideea lichidării acestor uriaşe generatoare de frig a dus la elaborarea unor proiecte îndrăzneţe de topirea gheţurilor de la poli, lucru ce n-ar fi cu totul imposibil astăzi, cu mijloacele de care dispunem.

Realizarea lor, prin explozii termonucleare de pildă, ar duce însă la inundarea unor vaste zone de uscat. Aşa că, deocamdată, nu ne rămîne decît să ne resemnăm, îndurînd mai departe gerurile datorate marilor noastre „frigidere“ polare.

Urmează ca viitorul să rezolve eventual şi această problemă.

SE POATE VORBI DE „TEMPERATURA LA SOARE“?

Deseori se spune: „*Temperatura la umbră este de 25°C, iar la soare 30°C*“. Firesc apare întrebarea:

Are sens să se vorbească de „temperatură la soare“?

Ne punem această întrebare pentru că într-adevăr, în vorbirea curentă şi chiar în presă şi anunţurile radio sau televiziune se întîlneşte acest mod de exprimare.

Scanned with CamScanner

Să încercăm că analizăm, pe baza cunoştinţelor de fizică, expresia în cauză.

Orice termometru arată la umbră temperatura aerului înconjurător. La soare însă, temperatura rezervorului cu mercur al termometrului depinde sensibil de capacitatea sa de a reflecta şi a absorbi radiaţia solară incidentă.

De exemplu, două termometre, unul cu rezervor înnegrit (acesta va absorbi puternic razele solare şi se va încălzi mai mult) şi altul cu rezervor alb lucios (acesta va reflecta razele solare şi se va încălzi mai puţin), vor arăta temperaturi diferite.

Deaceea, „temperatura la soare“ este o noţiune ambiguă; rezultatul depinde de anumite proprietăţi constructive ale termometrului folosit, motiv pentru care n-are sens să se vorbească de „temperatura la soare“.

REZISTENŢA ARBORILOR LA ÎNGHEŢ

Este bine ştiut că, la temperaturi scăzute, apa îngheţînd îşi măreşte brusc volumul, rupînd tot ce încearcă s-o reţină. Aşa se explică crăparea blocurilor din fontă ale motoarelor termice (cazul autovehiculelor) atunci cînd apa de răcire îngheaţă în acestea din neatenţia celor ce exploatează asemenea motoare. În legătură cu acest fenomen cunoscut apare firească întrebarea: de ce apa din ţesuturile arborilor aflaţi în condiţii de temperaturi coborîte nu se manifestă la fel?

Să încercăm a explica fenomenul.

Se ştie cu precizie că în apropierea iernii conţinutul de săruri din umiditatea arborescentă este sporit într-o aşa măsură încît lichidul din masa arborelui viu îşi coboară punctul de îngheţ, cu 5—6°C sub valoarea situaţiei în care arborele nu şi-ar fi modificat compoziţia.

Dar gerurile ating uneori temperaturi negative de 40 şi 50°C.

În legătură cu acest lucru trebuie menţionat faptul că apa din constituţia arborilor care cresc în zonele reci (Siberia, Alaska, nordul Canadei ş.a.) se caracterizează printr-o înaltă puritate, ea neconţinînd *nuclee de condensare*, acele nuclee care în accepţia largă a cuvîntului înseamnă *particule pulveriforme*, în jurul cărora se formează cristalele de gheaţă.

Astfel, lichidul conţinut în arbori se poate răci, fără a îngheţa, pînă la —40°C. În nord, dincolo de „linia“, care în

Scanned with CamScanner

zonele amintite, marchează geruri mai mari de —45°C, nu cresc specii de arbori a căror sevă ar conține mai multe particule pulveriforme, iar acolo unde în timpul iernii domină temperaturi de —45°C, arborii suportă —40°C pe seama purității apei conținută în masa lor și —5°C pe seama sărurilor din lichidul existent în masa arborilor.

UNIVERSUL NU POATE „MURI TERMIC"

Două din cele mai generale legi ale fizicii sînt cunoscute sub numele de principiile I și II ale termodinamicii. Aceste principii se referă la sistemele termodinamice macroscopice, dar cu un număr finit de particule (constituenți).

Primul principiu al termodinamicii este un principiu de conservare (a energiei), iar al doilea este un principiu de evoluție (a sistemelor termodinamice). Pentru a nu complica prea mult lucrurile și pentru a înțelege mai ușor despre ce este vorba, vom analiza două exemple.

Să presupunem că într-un vas ce conține apă la temperatura de 20°C introducem o bilă de metal cu temperatura de 80°C. Vom constata că după un anumit timp apa și bila au aceeași temperatură, adică sistemul format de apă și bilă, presupus izolat, a atins starea de echilibru termic. Repetînd experiența de un număr mare de ori vom constata mereu același lucru: sistemul ajunge la starea de echilibru. Putem formula rezultatul experienței și astfel: energia a trecut de la corpul mai cald (bila) la corpul mai rece (apa) și acest lucru are loc întotdeauna.

De altfel, ori de cîte ori vom face experiența, niciodată nu vom constata că bila se va încălzi pe seama apei care se răcește, evident în condițiile expuse mai sus.

Să presupunem acum că dispunem de două vase. Unul conține azot, de exemplu, iar celălalt heliu. Punînd vasele în legătură vom constata că gazele se amestecă.

Dacă în cele două vase s-ar afla (de la început) amestec de azot și heliu și le punem în legătură nu vom constata niciodată că în vase se produce o separare a gazelor în sensul că într-un vas să existe la un moment dat numai azot, iar în celălalt numai heliu.

Cu alte cuvinte, gazele se amestecă de la sine, dar nu se separă de la sine. Evident, această afirmație nu trebuie înțeleasă în mod absolut. Există o probabilitate, diferită de

Scanned with CamScanner

zero, ca gazele să se separe de la sine, dar aceasta este atît de mică încît practic nu se realizează.

Din aceste două exemple putem conchide că există un anume sens în care se desfășoară procesele naturale. Dar care este acest sens? Principiul al doilea al termodinamicii afirmă că sistemele izolate tind către starea de echilibru termic sau în formulare statistică: sistemele izolate evoluează de la stări mai puțin probabile către stări mai probabile.

Fizicianul german *Rudolf Iulius Emanuel Clausius* (1822—1888) a extins acest principiu al sistemelor macroscopice izolate la Univers. El afirmă că Universul va atinge la un moment dat o stare de echilibru total, adică o stare pentru care temperatura în toate punctele sale va avea aceeași valoare.

Rezultatul? Schimburile de energie vor înceta, viața va dispărea. Universul va deveni pasiv, inert, „mort termic". Această idee este însă falsă.

Extinderea legilor valabile pentru sisteme finite la sisteme infinite (cum este Universul) este nejustificată și nu există nici un argument că legea ar mai rămîne valabilă.

Apoi, Universul este nesfîrșit în spațiu și în timp, iar dacă ar atinge starea de echilibru termic atunci aceasta s-ar produce într-un timp infinit de lung, adică niciodată. Adăugăm la acestea că în Univers se produc mereu fluctuații, au loc procese ce eliberează energie, se produc explozii etc., și acestea sînt argumente că Universul nu poate „muri termic".

CÎTEVA FENOMENE DETERMINATE DE PRESIUNEA ELECTROSTATICĂ

a. *Densitatea electrică superficială*

Experiența dovedește că sarcinile electrice se răspîndesc numai pe suprafața exterioară a conductoarelor în echilibru electric, iar forțele electrice nu acționează spre interior.

Raportul dintre cantitatea de electricitate și suprafața pe care este răspîndită reprezintă densitatea electrică superficială.

Deci:

$$\sigma = \frac{Q}{S}, \qquad (1)$$

Scanned with CamScanner

în care Q reprezintă cantitatea de electricitate, iar S — suprafața pe care este răspîndită aceasta.

Afară de rare excepții, densitatea electrică superficială nu este uniformă pe un conductor dat. Din această cauză exprimarea matematică corectă a acestei mărimi trebuie să aibă în vedere suprafețe infinit mici.

Deci, riguros vorbind, definiția densității electrice superficiale este

$$\sigma = \frac{dQ}{dS}. \qquad (2)$$

Este evident că potrivit relației (2) măsurarea riguroasă a mărimii σ devine imposibilă, deoarece determinările fizice nu se pot face decît pe suprafețe finite.

În acest caz, pentru evitarea erorilor prea mari, este necesar ca regiunea explorată să aibă o suprafață cît mai mică.

Experiențele dovedesc că densitatea electrică superficială nu este uniformă decît la conductoarele sferice, la care razele de curbură au valori constante.

Firesc se pune întrebarea: cum depinde σ de configurația neregulată a suprafeței conductoarelor electrizate în echilibru?

Pentru a răspunde la această întrebare, vom rezolva o problemă simplă.

Să presupunem că avem un sistem conductor format din două sfere electrizate de raze diferite $r_1 < r_2$ (fig. 26), situate în aer și foarte departe una de alta.

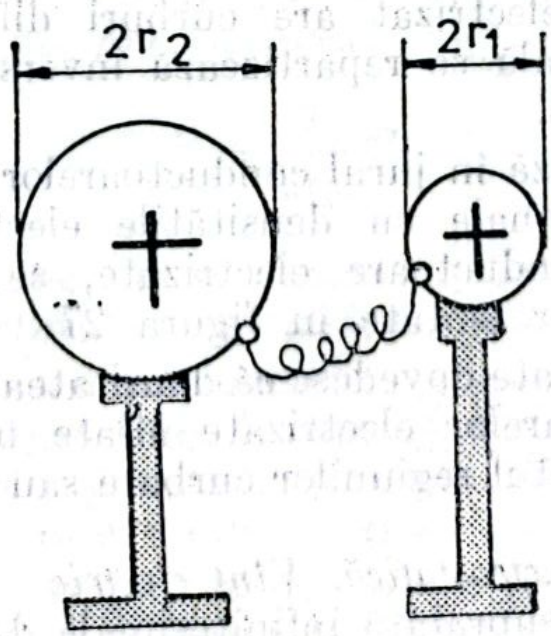

Fig. 26

Scanned with CamScanner

Conectăm sferele între ele printr-un fir conductor foarte subțire și ne propunem să determinăm modul de repartizare a sarcinilor electrice pe sferă, funcție de mărimea razelor lor.

Sferele fiind depărtate una de alta, se poate neglija influența unei încărcări asupra celeilalte, precum și influența firului conductor de legătură, deoarece acesta fiind foarte subțire, sarcina electrică de pe el este neînsemnată.

Conectînd sferele între ele, acestea își egalează potențialele:

$$V_1 = V_2,$$

sau:

$$\frac{Q_1}{4\ \pi\varepsilon_0 r_1} = \frac{Q_2}{4\ \pi\varepsilon_0 r_2} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{r_1}{r_2}. \qquad (3)$$

Dar:

$$Q_1 = \sigma_1 S_1 = 4\ \pi\sigma_1 r_1^2$$
$$Q_2 = \sigma_2 S_2 = 4\ \pi\sigma r_2^2 \qquad (4)$$

Înlocuind (4) în (3_2) se obține:

$$\sigma_1 r_1 = \sigma_2 r_2 \Rightarrow \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{r_2}{r_1}. \qquad (5)$$

Prin urmare, densitatea electrică superficială mai mare se află pe sfera mai mică ($r_1 < r_2 \Rightarrow \sigma_1 > \sigma_2$).

Relația (5) pune în evidență și faptul că, dacă suprafața unui conductor electrizat are curburi diferite, densitatea electrică superficială se repartizează invers proporțional cu razele de curbură.

Dacă se trasează în jurul conductoarelor linii punctate la distanțe proporționale cu densitățile electrice superficiale ale diferitelor conductoare electrizate, se obțin repartiții de forma celor prezentate în figura 27.

Toate cele arătate dovedesc că densitatea electrică superficială a conductoarelor electrizate aflate în echilibru, este mai mare, în dreptul regiunilor curbate sau ascuțite.

b. *Presiune electrostatică. Vînt electric*

Considerăm o suprafață infinitesimală dS, pe un conductor electrizat la densitatea σ. Conductorul, presupus a se

Scanned with CamScanner

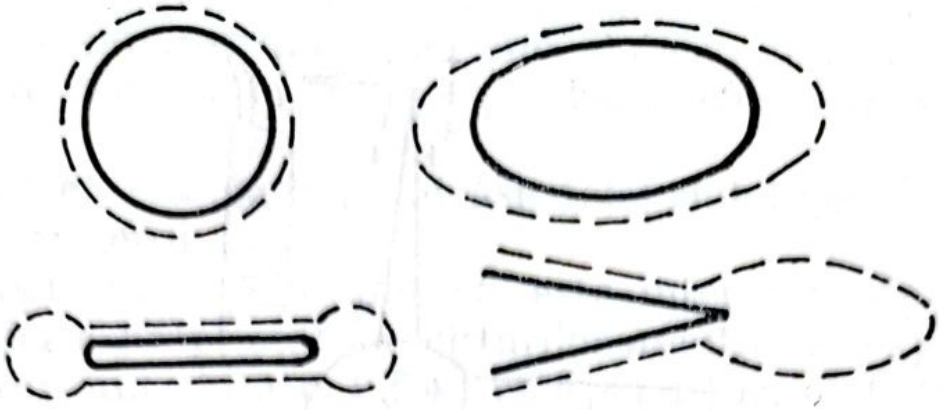

Fig. 27

afla în aer, se consideră în echilibru electric. Din relația (2) deducem că:

$$dQ = \sigma \, dS. \tag{6}$$

Cantitatea de electricitate dQ pe care o conține suprafața dS va fi supusă unei forțe coulombiene dată de relația:

$$dF = E dQ. \tag{7}$$

Avînd în vedere că, potrivit teoremei lui Gauss, intensitatea cîmpului electric la suprafața conductorului este $E = \sigma/2\varepsilon_0$, din (6) și (7) rezultă:

$$dF = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0} dS. \tag{8}$$

Din (8) deducem că raportul dF/dS, care reprezintă prin definiție o presiune, are valoarea:

$$P = \frac{1}{2\varepsilon_0} \sigma^2. \tag{9}$$

Această presiune ce se datorează forțelor electrice, la suprafața conductorului, se numește *presiune electrostatică*.

Indiferent de semnul sarcinii, presiunea electrostatică este dirijată totdeauna din interiorul spre exteriorul oricărui conductor electrizat și, în situația de echilibru, atinge valoarea maximă, deoarece liniile de cîmp iau direcție normală.

Am văzut mai înainte că densitatea electrică superficială a conductoarelor în echilibru este mai mare în dreptul regiunilor curbate sau ascuțite.

Scanned with CamScanner

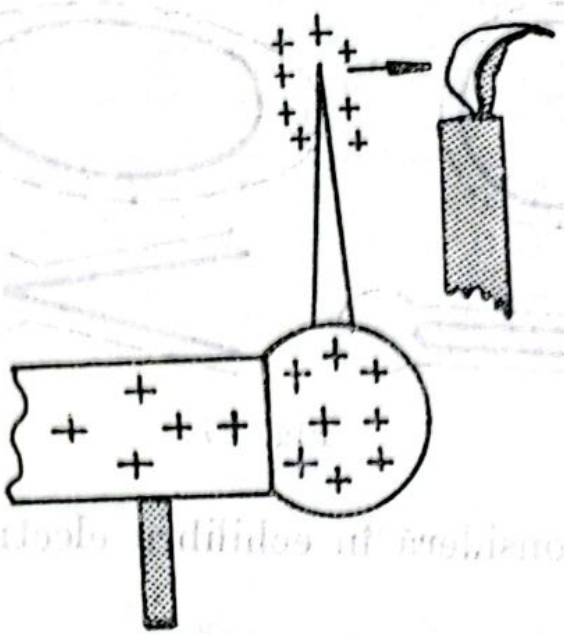

Fig. 28

Cum presiunea electrostatică depinde de pătratul densității electrice superficiale (9), acțiunea ei, în dreptul vîrfurilor ascuțite ajunge să expulzeze sarcina electrică a conductorului și să-l descarce.

În aceste condiții, aerul din imediata vecinătate a vîrfurilor ascuțite este ionizat intens.

Dacă conductorul cu vîrf ascuțit este încărcat pozitiv, de exemplu, atunci electronii și ionii negativi ajung pe conductor, în timp ce ionii pozitivi sînt respinși și alcătuiesc un „vînt electric", care poate mișca obiecte ușoare sau să îndoaie (și chiar să stingă) flacăra unei lumînări (fig. 28).

Cele prezentate mai sus conduc la concluzia că pentru a se putea menține electrizarea unui conductor, trebuie înlăturată prezența asperităților de pe suprafața lui (cazul electroscoapelor, condensatoarelor etc.) și invers, pentru evitarea electrizării unui conductor, acesta trebuie prevăzut cu un vîrf de scurgere.

De exemplu, pentru evitarea electrizării corpului metalic al avioanelor prin frecare cu straturile de aer, ceea ce deranjează recepția radio, se fixează la coada avionului un fir metalic ascuțit la capăt.

Această proprietate a *vîrfurilor ascuțite* l-a condus pe Franklin la ideea construcției paratrăsnetului ca mijloc de apărare împotriva trăsnetului.

Pieptenii mașinilor electrostatice (mașina lui Wimshurst, generatorul electrostatic Van de Graaf ș.a.) „aspiră" sarcina tocmai datorită acestui efect al vîrfurilor ascuțite.

Scanned with CamScanner

Dispozitivele de neutralizare a sarcinilor electrice rezultate prin frecare în industrie, sînt dotate cu piepteni care aspiră sarcinile electrice tot pe baza efectului vîrfurilor ascuțite.

Acești piepteni (ca și paratrăsnetele) sînt legați la pămînt (la potențial zero).

În sfîrșit, în același context, este interesant de amintit că tot pe baza proprietăților vîrfurilor ascuțite se explică și o relatare, din antichitate, care arată că istoricul Ctesios din Cnidia și în același timp medicul regelui Artaxerxes Mnemon, a primit de la acesta, în dar, două săbii cărora li se atribuiau proprietăți miraculoase: așezate cu vîrful în sus, ele înlăturau norii, grindina și furtuna.

c. *Efect corona. Focul Sf. Elm*

Este de remarcat faptul că și în situația în care nu are vîrfuri ascuțite, un conductor aflat în aer (sau într-o atmosferă gazoasă) și încărcat cu o cantitate mare de electricitate se îmbracă într-o pătură luminoasă. Acest fenomen este cunoscut sub denumirea de *efectul (fenomenul) corona.*

Efectul corona reprezintă o descărcare electrică autonomă parțială. Prin descărcare electrică trebuie să înțelegem circulația unui curent electric într-un gaz, această circulație constînd din mișcarea de electroni și de ioni.

Electronii, datorită masei lor mult mai mici și deci mobilității lor mult mai mari, pot efectua mișcări mai rapide decît ionii într-un cîmp electric.

Descărcările atmosferice sînt acelea la care electronii și ionii sînt rezultatul procesului de ionizare ce intervine chiar în timpul descărcării. Fenomenul corona este o descărcare autonomă dar incompletă (parțială), limitată la o zonă îngustă adiacentă corpului electrizat.

O descărcare autonomă completă este aceea care se manifestă printr-o *scînteie electrică.*

Cînd curentul prin scînteia electrică este mare, această descărcare reprezintă un *arc electric.*

Luminiscența caracteristică efectului corona se datorează apariției numărului mare de fotoni ca urmare a ciocnirilor intense dintre particule în cadrul procesului de ionizare a aerului.

Fenomenul corona se manifestă pe conductoarele liniilor electrice aeriene de înaltă și foarte înaltă tensiune pentru transportul energiei electrice.

Scanned with CamScanner

Deoarece efectul corona are urmări negative cu privire la funcționarea acestor linii (pierderi de energie, corodarea conductoarelor, perturbații radiofonice și telefonice ș.a.), prin proiectarea lor se iau măsuri de evitare a apariției acestui efect, în principiu, prin mărirea diametrului conductoarelor liniilor în cauză.

Fenomenul corona a format și formează un domeniu vast de studiu în tehnica tensiunilor înalte.

Un caz particular de apariție a fenomenului corona are loc în munții din America de Sud, unde se observă frecvent un fenomen luminos pe vîrful unor obiecte, diferite. Acest fenomen, denumit *focul Sf. Elm*, constă în descărcări luminoase pe baza descărcării corona.

În munții din țara noastră, descărcarea corona se observă mai rar și numai la o distanță mică.

Se pot auzi atunci zgomote, fîșîituri și pocnituri, iar părul persoanei aflate în cîmpul electric din atmosferă, se ridică.

În acest caz, trebuie părăsite vîrfurile și crestele de munți, deoarece aceste fenomene, în general, anunță venirea unor furtuni cu trăsnete.

Este de remarcat și faptul că în unele nopți de vară, cînd nori groși (cumulus sau cumulo-nimbus) se lasă deasupra pădurilor de rășinoase, din regiunile muntoase, vîrfurile arborilor se înconjoară de o strălucire aurie.

Explicația acestui fenomen constă în aceea că, în astfel de situații, cîmpul electric din atmosferă ajunge la valori foarte mari (în mod obișnuit, fără furtună, acest cîmp este de 100 V/m) și astfel aerul este puternic ionizat prin acțiunea vîrfurilor ascuțite ale frunzelor de conifere.

În final ne vom referi și la o aplicație tehnică.

Pentru recuperarea pulberilor prețioase sau pentru curățirea aerului de pulberi poluante se folosesc *purificatoare electrice de gaze* (filtre electrostatice).

Acest tip de filtru constă dintr-un tub, în care, de-a lungul axului său este întins un fir metalic avînd o tensiune electrică înaltă față de pereții tubului.

Între fir și tub se produce o descărcare electrică fără scîntei. Cînd aerul, ce conține pulberi, trece prin tub, particulele de praf se electrizează și se deplasează spre pereții tubului, fiind colectate de aceștia.

Scanned with CamScanner

PRIMA SONERIE ELECTRICĂ

În fig. 29 este reprezentată prima sonerie electrică, datînd din anul 1750. Sfera mică A din metal, izolată, cu raza de 1 cm, atinge placa P.

Placa P este în contact cu armătura interioară a condensatorului de capacitate 1 nF, încărcată la un potențial de 10 kV față de placa P' a soneriei și față de armătura exterioară a condensatorului, ambele fiind puse la pămînt. Apoi sfera este respinsă. Soneria va suna un timp îndelungat.

Cînd potențialul armăturii interioare ajunge la 2 kV, soneria se oprește.

Toată instalația aflîndu-se în aer, ne propunem să determinăm de cîte ori sună această primă sonerie electrică, pe baza datelor expuse.

Observăm că, înainte de contactul cu sfera A, sarcina electrică de pe armătura interioară a condensatorului și deci de pe placa P, este:

$$Q = CV. \tag{1}$$

Cînd sfera A atinge placa P, capacitatea sistemului format se modifică și, corespunzător, potențialul.

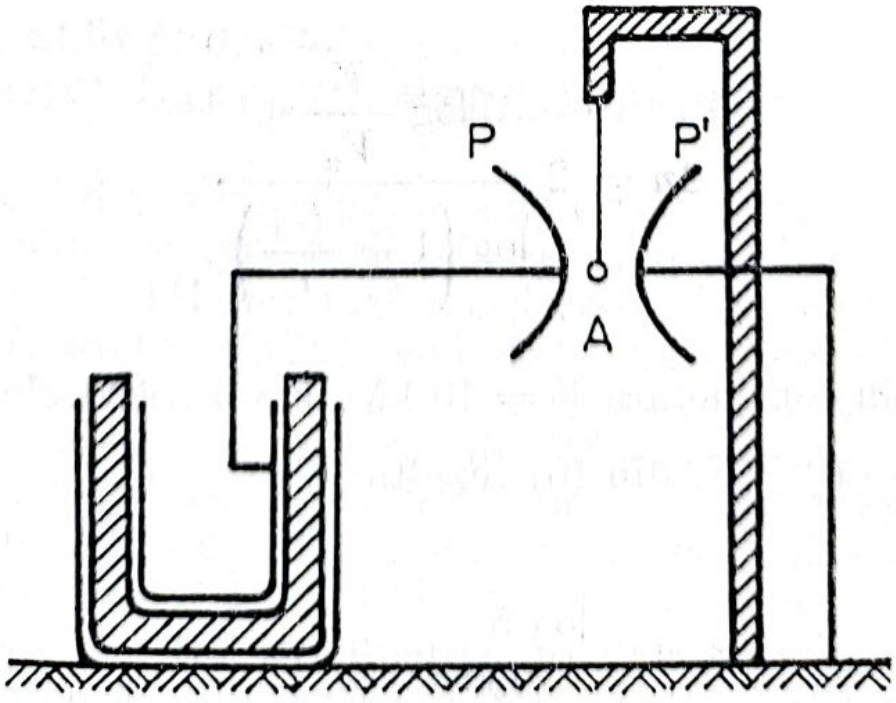

Fig. 29

Scanned with CamScanner

Avînd în vedere conservarea sarcinii electrice, după contactul sferei A de capcitate electrică C_A cu placa P, avem:

$$Q = (C + C_A)\, V_1. \tag{2}$$

Din (1) și (2) se obține potențialul armăturii interioare și a plăcii P, după prima atingere a acesteia cu sfera A:

$$V_1 = \frac{C}{C + C_A} V. \tag{3}$$

După a doua ciocnire, potențialul armăturii interioare a condensatorului și a plăcii P, este:

$$V_2 = \frac{C}{C + C_A} V_1 = \left(\frac{C}{C + C_A}\right)^2 V. \tag{4}$$

Aplicînd ceea ce în matematică se numește metoda inducției, potențialul plăcii P după a n-a ciocnire va fi:

$$V_n = \left(\frac{C}{C + C_A}\right)^n V. \tag{5}$$

Din (5) putem determina $2n$ (de cîte ori sună soneria):

$$2n = 2\, \frac{\log \dfrac{V}{V_n}}{\log \left(1 + \dfrac{C_A}{C}\right)}. \tag{6}$$

Luînd în considerare $V = 10$ kV, $V_n = 2$ kV, $C = 10^{-9}$ F și $C_A = \frac{1}{9} \cdot 10^{-11}$ F, din (6) rezultă:

$$2n = \frac{\log 5}{\log \dfrac{900}{901}} = 2\,912 \text{ ori.}$$

Scanned with CamScanner

PIROELECTRIZAREA PIETRELOR PREȚIOASE

Cu mult timp în urmă, negustorii de pietre prețioase au observat că unele din ele, încălzite în palmă, capătă însușirea de atrage corpuri ușoare, ceea ce atestă un fenomen de electrizare a acestora.

Primul care a înțeles că fenomenul în cauză se datorește unor sarcini electrice a fost *Franz Urlich Theodor Aepinus* (1724—1802), medic și fizician german, emigrat în Rusia unde a devenit membru al Academiei de la Petersburg. Aepinus a numit fenomenul *piroelectrizare* (de la *pyr-pyros* care în grecește înseamnă foc).

Efectul piroelectric este ușor de observat la diferite cristale naturale, mai ales la *turmalină*, care este un borosilicat de aluminiu.

Mecanismul intern al piroelectrizării, care se datorește, în parte, și deformărilor survenite prin dilatare, este următorul:

Cristalul are o polarizare electrică naturală permanentă și conține, la cele două capete, sarcini legate, de semne contrare.

În aer, aceste sarcini captează ioni, care le neutralizează și le impiedică să se manifeste.

Dar dacă încălzim cristalul, modificăm intensitatea de polarizare, lăsăm libere o parte din sarcinile ionice și astfel rezultă fenomenele de electrizare constatate.

PILA ELECTRICĂ — ELEMENT GALVANIC REDESCOPERIT?

Istoria fizicii și tehnicii consemnează ca dată de apariție a primei surse de curent electric cu utilizări practice sfîrșitul veacului al XVIII-lea, mai exact anul 1799, cînd fizicianul italian *Alessandro Volta* inventează pila electrică, avînd ca electrozi plăci de cupru și de zinc, iar ca electrolit, apă acidulată. Dar așa cum se întîmplă deseori în știință și tehnică în legătură cu stabilirea priorității unei invenții sau a unei descoperiri, și în cazul pilei inventate de Volta au apărut discuții în legătură cu prioritatea sa. Se pare că ar exista predecesori. Întîietatea care îi era atribuită i-a fost disputată de o descoperire arheologică făcută în anul 1936 în apropierea orașului Bagdad, capitala Irakului.

Scanned with CamScanner

Obiectul descoperirii este un vas de lut, în interiorul căruia se află un cilindru de cupru, tubular, avînd fixată în interior, în mijloc, o tijă de fier. Încă de la început s-a emis, în legătură cu descoperirea făcută, ipoteza că vasul nu ar fi altceva decît un... autentic element galvanic, pe care vechii locuitori din zona geografică amintită știau a-l folosi în urmă cu mai bine de 2000 de ani.

Cercetările, analizele care au fost efectuate, au arătat că vasul era umplut cu un electrolit cunoscut în acea vreme și care putea fi, de exemplu, oțet, suc acru de fructe, vin sau, pur și simplu, apă sărată de mare. Realizînd experiența cu un model al vasului descoperit, cercetătorii au obținut o sursă electrică cu tensiunea de 0,25—0,5 volți și furnizînd intensitatea de 0,5—5 miliamperi, în funcție de compoziția electrolitului folosit.

Potrivit calculelor, un astfel de element galvanic putea debita 1 Wh pentru fiecare kilogram de electrolit. Cu ajutorul unor asemenea vase, bijutierii puteau să execute în baie galvanică operația de aurire a unor mici statuete metalice, podoabe, obiecte de cult. Verificarea unei astfel de supoziții a demonstrat că o mică statuetă de argint poate fi aurită într-o oră, două.

Totuși, arheologii consideră că un răspuns definitiv la întrebarea „a servit sau nu vasul de lut drept pilă galvanică?" ar fi încă hazardat. Ei își propun, de aceea, să măsoare greutatea specifică a produselor de artă din aur cunoscute ca datînd din perioade căreia îi aparține și vasul descoperit, iar pe baza constatării unor diferențieri să poată fi identificate eventualele obiecte doar aurite. Odată confirmată existența acestora, nimeni nu va mai putea arunca vreo umbră de îndoială cu privire la destinația precisă pe care ar fi avut-o vasul de lut descoperit.

A fost avansat însă și un alt punct de vedere, care atribuie vasului descoperit funcția de... „butelie de Leyda".

Arătînd că pe fundul vasului au fost descoperite urme de ulei de măsline, autorii respectivei ipoteze consideră că vasul ar fi slujit drept condensator — cilindrul și tija constituind armăturile lui —, iar uleiul turnat în vas, dielectricul.

Acest punct de vedere este totuși puțin plauzibil. Deși funcțional, vasul, considerat a fi un condensator, ar fi putut folosi fie la aprinderea focului sacru în temple, fie la anumite demonstrații sau chiar... pentru tratarea unor boli. Apare însă întrebarea firească: de unde era alimentat cu energie

Scanned with CamScanner

electrică vasul respectiv și de ce era nevoie de două metale diferite pentru construirea lui?

În consecință, tot prima ipoteză este cea care se apropie mai mult de adevăr.

O PROBLEMĂ A LUI LENZ

La sfîrșitul articolului său „Degajarea căldurii în conductoare" fizicianul rus *Emil Hristianovici Lenz* (1804 — 1865) a pus următoarea problemă: *Pentru încălzirea pînă la incandescență a unei sîrme de un anumit diametru și lungime* l *este necesar un circuit de* n *elemente; cîte asemenea elemente sînt necesare pentru încălzirea pînă la incandescență a unei sîrme, de același diametru, însă de lungime* pl? Este de reținut că Lenz a considerat gruparea elementelor, în ambele cazuri, ca făcîndu-se în serie.

Soluția acestei probleme este foarte interesantă și ușor de intuit. Astfel dacă conductorul de lungime l ajunge la incandescență atunci cînd sursa de alimentare este formată din n elemente identice grupate în serie, conductorul de lungime pl, ajunge la incandescență atunci cînd numărul de elemente grupate în serie este pn.

Să dovedim acest lucru. Notînd cu r rezistența interioară a unui element, iar t.e.m. corespunzătoare cu E, la conectarea conductorului de lungime l la bornele sursei, în circuitul astfel format se va stabili un curent avînd valoarea:

$$I_1 = \frac{nE}{nr + R}, \qquad (1)$$

în care prin R s-a notat rezistența electrică a conductorului. În conductor se va degaja, în unitatea de timp, o cantitate de căldură dată de relația:

$$Q_1 = RI_1^2 = \frac{Rn^2E^2}{(nr + R)^2}. \qquad (2)$$

Pentru fiecare unitate de lungime a conductorului, în unitatea de timp, se va degaja cantitatea de căldură:

$$q_1 = \frac{Q_1}{l} = \frac{R}{l}\left(\frac{nE}{nr + R}\right)^2. \qquad (3)$$

Scanned with CamScanner

La conectarea unui conductor de lungime pl, notăm cu x numărul de elemente grupate în serie, pentru care conductorul ajunge la incandescență.

Cantitatea de căldură degajată în unitatea de timp și pe unitatea de lungime a conductorului va fi:

$$q_2 = \frac{Q_2}{pl} = \frac{pR}{pl}\left(\frac{xE}{xr + pR}\right)^2 \quad (4)$$

La o încălzire egală a ambelor conductoare, în unitatea de lungime, a fiecăreia din ele, trebuie să se dezvolte aceeași cantitate de căldură:

$$\left(\frac{nE}{nr + R}\right)^2 \cdot \frac{R}{l} = \left(\frac{xE}{xr + pR}\right)^2 \cdot \frac{R}{l},$$

din care:

$$x = pn, \quad (5)$$

ceea ce confirmă într-adevăr rezultatul intuit.

METODA LUI P. FERMAT DE REZOLVARE A PROBLEMELOR DE OPTIMIZARE ÎN FIZICĂ

Despre *Pierre Fermat* (1601—1665), matematician și magistrat francez, se știe că era o fire de o rară modestie. Jurist prin formație și autodidact ca matematician, Fermat poate fi luat ca exemplu al pasiunii pure pentru știință, în general, și pentru matematică în special.

Numele său este cunoscut însă și printr-o realizare deosebită în fizică: enunțarea legii refracției luminii (legea a doua) din optica geometrică, pe care a legat-o de principiul care-i poartă numele (principiul lui Fermat).

Principiul lui Fermat atestă că, pentru a parcurge distanța dintre două puncte, lumina urmează o traiectorie a cărei durată de parcurgere este maximă sau minimă.

Este de remarcat că acest principiu a contribuit mult nu numai la elucidarea problemelor de propagare a luminii (reflexie și refracție), dar a fost aplicat și la rezolvarea unor probleme de mecanică, precum și la dezvoltarea ideilor legate de natura ondulatorie a particulelor elementare (De Broglie, 1925). Pierre Fermat a ajuns la acest principiu fără

Scanned with CamScanner

a cunoaşte calculul infinitezimal descoperit mai tîrziu de către *Isaac Newton* (1642—1727) şi *Gottfried Leibniz*.

Metoda folosită de P. Fermat pentru determinarea extremelor unei funcţii, aplicată de acesta şi la o serie de probleme de fizică, atestă prioritatea sa în conturarea calculului diferenţial şi integral.

Într-o scrisoare a lui Newton, găsită în anul 1934, acesta arăta că avea cunoştinţă de metoda lui Fermat (de determinare a extremelor unei funcţii continue de o singură variabilă) şi că fără ea n-ar fi putut ajunge la descoperirea calculului infinitezimal.

Metoda lui Fermat nu a fost găsită riguroasă la început, fiind criticată mai ales de *René Descartes* (1596—1650). Cu toate acestea, ea s-a răspîndit foarte mult, la timpul respectiv, fiind chiar şi perfecţionată de către italianul *Antonio de Montforte* (1644—1717).

Formularea acestei metode de către Fermat o vom lua din expunerea lui *Joseph Lagrange*, care la rîndul său o citează din cartea *De maximis et minimis* a lui Fermat: „*el egalează expresia cantităţii căreia îi calculăm maximul sau minimul cu expresia aceleiaşi cantităţi în care necunoscuta este mărită cu o cantitate nedeterminată; el face să dispară în această ecuaţie radicalele şi fracţiile, dacă sînt, şi după ce a şters termenii comuni în cele două părţi, împarte pe toţi ceilalţi cu cantitatea nedeterminată care le înmulţeşte; în fine se face această cantitate nulă, şi rezultă o ecuaţie care serveşte la a determina necunoscuta chestiunii*".

Fermat a descoperit această metodă prin anul 1628, dar a comunicat-o abia 10 ani mai tîrziu.

Este important a arăta faptul că înainte de a aplica metoda la rezolvarea diferitelor probleme, Fermat se convingea dacă există un maxim sau un minim în problema respectivă.

Să aplicăm metoda lui Fermat la rezolvarea unei importante teoreme din electricitate spre a ne convinge de exactitatea rezultatelor obţinute.

Ne vom referi la transferul maxim de putere într-un circuit electric de curent continuu (fig. 30). Astfel, dîndu-se o sursă de curent continuu de t.e.m. E şi rezistenţă electrică r care debitează pe un rezistor de rezistenţă electrică variabilă x, se pune problema determinării acelei valori x pentru care puterea transferată de sursă rezistorului este maximă.

Scanned with CamScanner

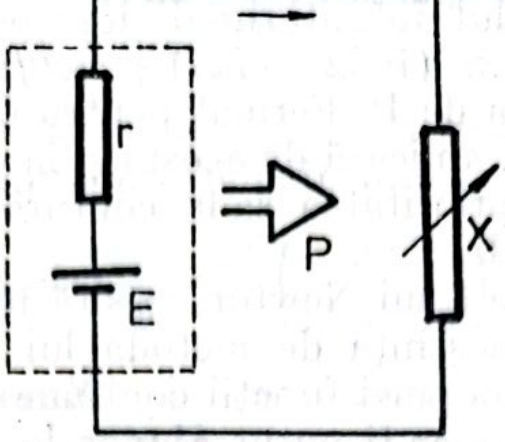

Fig. 30

Vom proceda la rezolvarea problemei puse așa cum proceda P. Fermat cu mai bine de 350 de ani în urmă.

Puterea transferată de sursă rezistorului este:

$$P = xI^2 = \frac{xE^2}{(x+r)^2} = \frac{E^2}{(\sqrt{x}+r/\sqrt{x})^2} \qquad (1)$$

Din (1) rezultă că dacă $x \to 0$, $P \to 0$ iar dacă $x \to \infty$, $P \to 0$. Se mai constată ușor că odată cu creșterea valorii rezistenței x, la început puterea P crește de la zero, atinge o valoare extremă, după care scade tinzînd asimptotic la zero.

Să vedem cum ar fi rezolvat Fermat o asemenea problemă. Așadar, vom parcurge etapele de rezolvare a problemei așa cum sînt descrise de J. Lagrange.

1. Mărim necunoscuta x cu o cantitate nedeterminată, pe care — ca să respectăm istoria — o vom nota la fel ca și Fermat cu litera e și vom obține o nouă putere P' dată de relația:

$$P' = \frac{(x+e)\,E}{[(x+e)+r]^2}. \qquad (2)$$

2. Egalăm (1) cu (2) și obținem:

$$\frac{xE}{(x+r)^2} = \frac{(x+e)\,E}{[(x+e)+r]^2}. \qquad (3)$$

Ecuația (3) este cea care ne va conduce la găsirea soluției problemei.

Scanned with CamScanner

Făcînd toate reducerile și simplificările, după regulile cunoscute din algebră în (3), obținem:

$$ex^2 + e^2x - er^2 = 0. \tag{4}$$

3. Împărțim ecuația (4) prin e și obținem:

$$x^2 + ex - r^2 = 0. \tag{5}$$

4. Facem acum în (5) pe $e = 0$ și găsim o ecuație *„care servește la a determina necunoscuta chestiunii"*:

$$x^2 - r^2 = 0 \Rightarrow x = r. \tag{6}$$

Într-adevăr rezultatul (6) este cel cunoscut din „teorema transferului maxim de putere" în circuitele electrice. Evident, puterea maximă rezultă înlocuind (6) în (1):

$$P_{max} = \frac{E^2}{4r}. \tag{7}$$

După cum se vede, metoda lui Fermat este destul de laborioasă chiar pentru o problemă simplă și care cu ajutorul cunoștințelor de astăzi se rezolvă imediat, dar, la timpul său, metoda a reprezentat un mare progres pentru știință în general și pentru matematică în special.

Reflectînd asupra etapelor de rezolvare a problemei ne dăm ușor seama că într-adevăr P. Fermat poate fi socotit ca un fondator al calculului infinitezimal, deși istoria atribuie în totalitate descoperirea acestui calcul lui Newton și Leibniz.

NUMĂRUL „DE AUR" ȘI O PROBLEMĂ DE CONCURS INTERNAȚIONAL

La prima olimpiadă internațională de fizică a elevilor (Varșovia, 1967) problema de electricitate avea următorul enunț: *Să se calculeze rezistența electrică echivalentă între punctele A și B a lanțului nesfîrșit de rezistențe de aceeași valoare r, conectate ca în fig. 31.*

Soluționarea acestei probleme printr-o metodă simplă, care implică perspicacitatea rezolvitorilor, conduce la un rezultat interesant și care oferă acestora un real prilej de destindere și amuzament. Într-adevăr se constată, așa după

Scanned with CamScanner

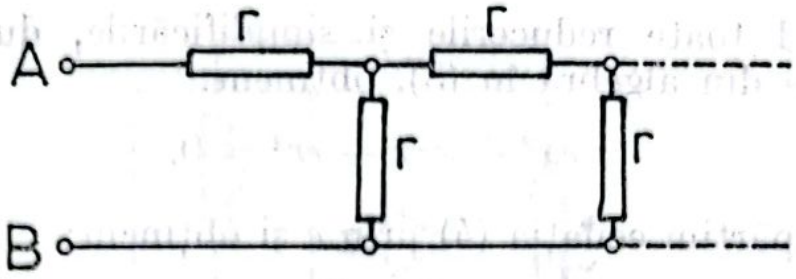

Fig. 31

cum se va vedea, că rezistența electrică a circuitului dat reprezintă produsul dintre numărul celebru din matematică φ cunoscut sub denumirea de numărul „*de aur*" și rezistența dată (r): $R_{AB} = \varphi r$. Deci un rezultat simplu și ușor de reținut.

Înainte de a prezenta rezolvarea acestei probleme care conduce la rezultatul arătat, ne vom referi pe scurt la cîteva dintre aplicațiile și proprietățile curioase, unice în matematică, ce caracterizează numărul „*de aur*" φ.

Numărul irațional φ este tot atît de celebru ca și numerele π, e sau C, întîlnite atît de frecvent în natură și societate și rezultă din operația de împărțire a unui segment de dreaptă în *medie și extremă rație* cunoscută din geometria elementară.

Reamintim cititorului că a împărți un segment de dreaptă dat, AB, în medie și extremă rație înseamnă a găsi un punct C de pe acest segment (sau în afara acestuia) astfel încît:

$$AC = AB \cdot CB$$

Notînd $AB = a$ și $AC = x$, avem:

$$x^2 = a(a - x) \Rightarrow x^2 + ax - a^2 = 0, \qquad (1)$$

Rădăcina pozitivă a acestei ecuații, care interesează, este:

$$x_1 = a\,\frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{a}{\varphi} = a\varphi^{-1} \qquad (2)$$

Deci numărul $\varphi = \dfrac{2}{\sqrt{5}-1} = \dfrac{1}{2}\,(\sqrt{5}+1) =$

$$= 1{,}6180339887\ldots.$$

Este ușor de constatat că în acest caz rezultă:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{CB} = \varphi. \qquad (3)$$

Scanned with CamScanner

Împărţirea segmentelor de dreaptă în medie şi extremă raţie este considerată ca cea mai armonioasă dintre toate împărţirile care pot afecta segmentele.

Din această cauză proporţia (3) este cunoscută în artă şi literatură sub denumirea de proporţia „divină" sinonimă cu expresia „*secţiunea de aur*".

S-a convenit a se nota cu litera grecească φ numărul „de aur" pentru a aminti prin aceasta de marele sculptor antic *Fidias* (sec. V. î.e.n.), despre care se crede că ar fi utilizat adesea „secţiunea de aur" în lucrările sale.

Lucrări şi măsurători recente, ca şi unele pasaje din scrierile istoricului Herodot, au condus la constatarea că şi egiptenii antici cunoşteau cu o bună aproximaţie numărul φ pe care l-au folosit în construcţia piramidelor. Astfel „secţiunea de aur" poate fi întîlnită în construcţia marei piramide a lui Keops, în planurile mormîntului lui Tutankhamon şi alte construcţii monumentale antice.

„Secţiunea de aur" s-a bucurat de-a lungul veacurilor de favoruri speciale din partea pictorilor, sculptorilor şi arhitecţilor de pretutindeni şi se mai bucură şi astăzi pentru că ea implică adjectivele: odihnitor, frumos, armonios, elegant etc.

Proporţiile secţiunii de aur sînt folosite astăzi pretutindeni, conştient sau nu, la copertele de cărţi, cutii de chibrituri, lucrări decorative sau de artizanat.

În decursul veacurilor, despre numărul φ (a cărui primă formulare matematică nu se mai ştie cine a făcut-o) şi respectiv „secţiunea de aur" s-au scris nenumărate volume atît sub aspect matematic, cît şi sub alte aspecte, unele total diferite de preocupările ştiinţifice.

Cert este că prin numărul de aur se exprimă o lege a materiei vii, iar oamenii l-au cunoscut instinctiv, mai înainte de a i se fi stabilit identitatea.

Este interesant de amintit, în acest sens, că fenomenul biologic cunoscut sub denumirea de *fillotaxis*, care constă în modul de aşezare al frunzelor de-a lungul ramurilor, în cazul unor specii de arbori, precum şi modul în care sînt dispuse petalele florilor sau sînt organizate seminţele fructelor unor plante, se află într-o strînsă legătură cu un celebru şir de numere, denumit şirul lui *Fibonacci* (adică fiul lui Bonacci), şir care exprimă *legea creşterilor organice*.

Scanned with CamScanner

Termenii șirului lui Fibonacci (1180—1250), pe numele său adevărat — Leonardo din Pisa, se definesc prin următoarea relație de recurență:

$$u_{n+1} = u_n + u_{n-1};\ n = 2,\ 3,\ 4\ .....\qquad (4)$$

considerîndu-se primii doi termeni egali cu unitatea, $u_0 = u_1 = 1$. Deci șirul numerelor lui Fibonacci este:

$$1,\ 1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 8,\ 13,\ ...$$

Experiența dovedește că termenii șirului infinit de caractere *fillotaxis* rezultă din cîturile a cîte doi termeni consecutivi din șirul lui Fibonacci (4):

$$\frac{u_1}{u_2},\ \frac{u_2}{u_3},\ \frac{u_3}{u_4},\ \ldots,\ \frac{u_n}{u_{n+1}},\ \ldots\qquad (5)$$

Șirul (5), care este convergent, are ca limită tocmai inversul numărului „*de aur*“ (φ^{-1})!

Numărul φ are o multitudine de proprietăți curioase și unice, printre care și următoarele:

$$\varphi^{-1} = \varphi - 1;\ \ \varphi^2 = \varphi + 1.\qquad (6)$$

Revenind la problema noastră de electricitate dată la prima olimpiadă internațională de fizică, se constată că circuitul în cauză este compus dintr-o infinitate de „verigi“ de tipul celei prezentate în figura 32 a.

Notînd rezistența echivalentă a circuitului dat cu $x = R_{AB}$ și avînd în vedere că această valoare nu se modifică dacă-i mai adăugăm încă o verigă (fig. 32 b) deoarece montajul este infinit, avem:

$$X = r + \frac{rx}{r + x};\ r > 0,$$

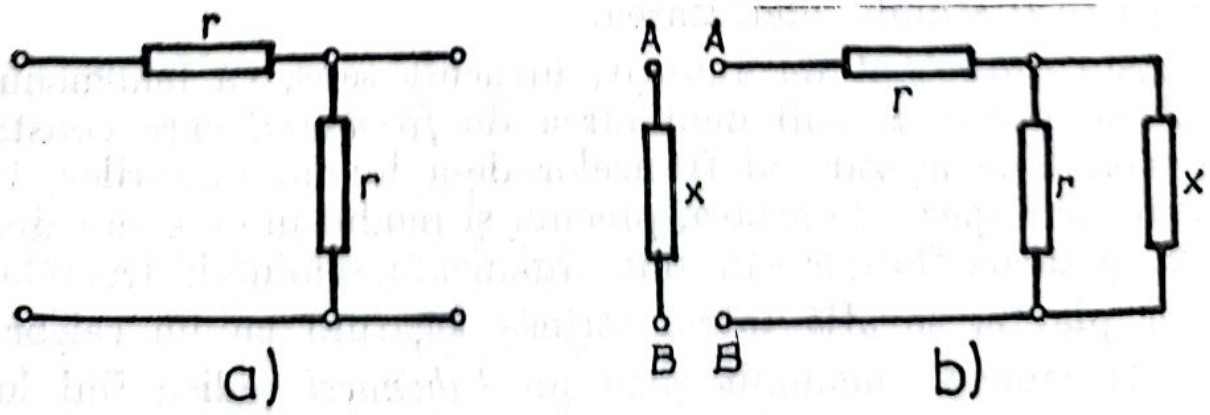

Fig. 32

Scanned with CamScanner

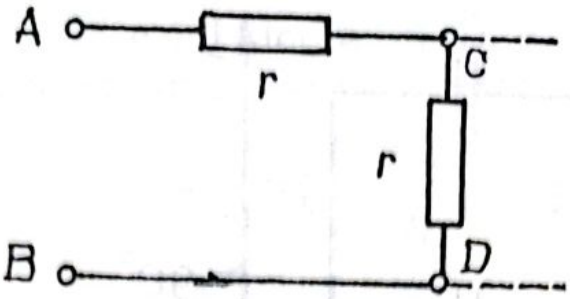

Fig. 33

din care explicitînd x, rezultă:

$$x^2 - rx - r^2 = 0 \Rightarrow x = x_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} r = \varphi r. \qquad (8)$$

Relaţia (8) confirmă afirmaţia iniţial făcută.

Avînd în vedere (8), rezultă că enunţul problemei în discuţie este echivalent cu următorul:

Să se determine rezistenţa electrică x care conectată între bornele C şi D (fig. 33) face ca rezistenţa electrică echivalentă a circuitului între bornele A şi B să fie tot x.

Privind atent figura se observă că circuitul dat constituie un lanţ infinit de cvadripoli.

Desigur, problema se poate rezolva utilizînd şi cunoştinţele despre şiruri, rezultatul fiind acelaşi. Lăsăm în seama cititorilor abordarea acestei căi de rezolvare a problemei.

ÎNCĂLZIREA ÎNTRE ARMĂTURILE UNUI CONDENSATOR

1. *Principiul fizic*

Manualele şcolare de fizică ne-au obişnuit cu condensatorul electric (fig. 34 a) care supus unei tensiuni alternative sinusoidale de valoare efectivă U, opune curentului o reactanţă capacitivă $X_C = (\omega C)^{-1}$, în care ω este pulsaţia tensiunii, iar C — capacitatea electrică a condensatorului.

Curentul electric de valoare efectivă $I = U/X_C = \omega CU$, defazat înaintea tensiunii cu un unghi de 90°, este în întregime reactiv (fig. 34 b).

Trebuie să avem în vedere însă că acesta este cazul condensatorului perfect (ideal), adică a unui condensator fără pierderi dielectrice.

Scanned with CamScanner

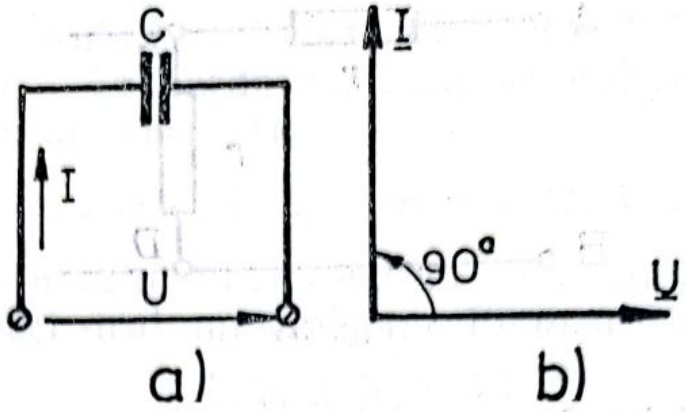

Fig. 34

În realitate nu există nici un dielectric perfect care plasat între armăturile condensatorului să conducă la realizarea unui unghi de defazaj între tensiune și curent de 90°. Chiar la condensatoarele cu dielectricii cei mai buni se observă pierderi de energie electrică sub formă de căldură.

Aceasta se datorează pe de o parte imperfecțiunii dielectricilor (conductivității electrice a lor), iar pe de altă parte fenomenului de polarizare a acestora.

Din această cauză unghiul de defazaj dintre tensiunea aplicată condensatorului real și curentul care ia naștere este $\varphi < 90°$. Complementul acestui unghi $\delta = 90° - \varphi$ poartă denumirea de *unghi de pierderi dielectrice* (fig. 46.2 c).

Aceasta înseamnă că un condensator real (fig. 35 a) se poate reprezenta printr-o schemă echivalentă compusă dintr-un condensator ideal de capacitate C conectat în paralel cu un rezistor de rezistență electrică R (fig. 35 b).

Problema care se pune în acest caz este stabilirea pierderilor de energie care se transformă în căldură în dielectric.

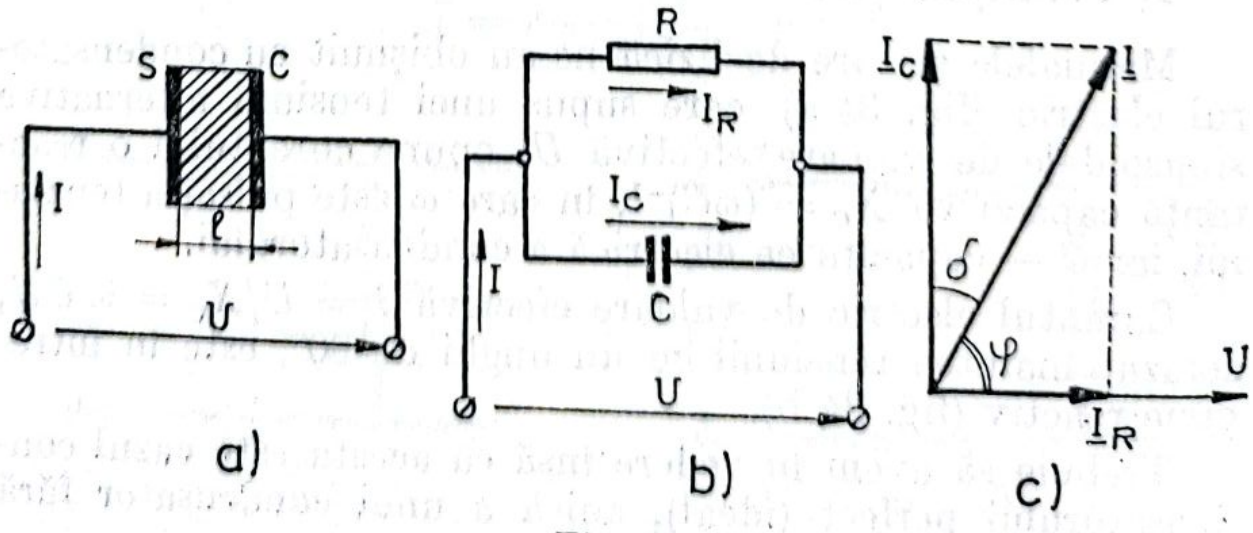

Fig. 35

Scanned with CamScanner

Potrivit schemei echivalente din fig. 35 b, pierderile dielectrice transformate în căldură sînt date de relația:

$$P = RI_R^2 = \frac{U^2}{R} \tag{1}$$

Dar:

$$I_C = \omega CU = I_R \operatorname{ctg} \delta = \frac{U}{R} \operatorname{ctg} \delta, \tag{2}$$

din care:

$$R = \frac{\operatorname{ctg} \delta}{\omega C}. \tag{3}$$

Înlocuind (3) în (1) se obține:

$$P = \omega CU^2 \operatorname{tg} \delta \tag{4}$$

În relația (2), prin I_R s-a notat componenta activă a curentului I, iar prin I_C — componenta reactivă a aceluiași curent.

Luînd în considerare un condensator plan și considerînd cîmpul electric între plăcile (armăturile) condensatorului perfect omogen (se neglijează dispersia de la marginea plăcilor), capacitatea acestuia este:

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{l}, \tag{5}$$

în care S este suprafața fiecărei plăci, l — distanța între plăcile condensatorului, ε_r — permitivitatea relativă a dielectricului introdus între plăci, iar ε_0 — permitivitatea vidului.

Tensiunea electrică U aplicată condensatorului poate fi exprimată în funcție de intensitatea cîmpului electric E care se stabilește în spațiul dintre armături:

$$U = El \tag{6}$$

Înlocuind (5) și (6) în (4) și ținînd seama că $Sl = V$ (volumul dielectricului), se obține:

$$P = \varepsilon_0 \varepsilon_r \omega E^2 V \operatorname{tg} \delta \tag{7}$$

Scanned with CamScanner

În sfîrșit luînd în considerare faptul că $\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \approx$ $\approx 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ F/m și că $\omega = 2\pi f$, în care f reprezintă frecvența tensiunii alternative, relația (7) capătă forma:

$$P = 0{,}556 \cdot 10^{-10}\, \varepsilon_r\, \mathrm{tg}\delta f V E^2. \qquad (8)$$

Relația (8) exprimă deci puterea electrică (pierderile dielectrice) care se transformă în căldură. Evident că P va rezulta în wați dacă toate mărimile din membrul drept al relației (8) se vor exprima în unități ale SI.

Pierderile dielectrice specifice, în unitatea de volum a dielectricului (W/m^3), rezultă din (8):

$$p = \frac{P}{V} = 0{,}556 \cdot 10^{-10}\, \varepsilon_r\, \mathrm{tg}\,\delta\, f E^2 \qquad (9)$$

Analizînd relațiile (8) și (9) se constată că valoarea pierderilor dielectrice depind de produsul $\varepsilon_r \mathrm{tg}\delta$, care reprezintă o constantă de material, de pătratul intensității cîmpului electric dintre armăturile condensatorului precum și frecvența tensiunii de alimentare a condensatorului.

Deoarece E^2 este limitat de rigiditatea dielectrică E_{str} (cîmpul electric de străpungere) a dielectricului respectiv, rezultă că P și respectiv p pot fi mărite prin creșterea frecvenței f.

Așadar, pentru creșterea P, respectiv p, condensatorul trebuie alimentat de la generatoare de înaltă frecvență.

2. *Încălzirea dielectrică cu înaltă frecvență*

Cele prezentate mai sus dovedesc că între armăturile unui condensator se produce căldură, cu atît mai multă cu cît frecvența tensiunii de alimentare a condensatorului este mai mare. Acesta este principiul care stă la baza procedeului tehnic de încălzire dielectrică cu înaltă frecvență cunoscut și sub denumirea de *încălzire capacitivă*. Astfel, în instalațiile de încălzire capacitivă materialul nemetalic ce urmează a fi încălzit (dielectric) se introduce între armăturile unui condensator de lucru alimentat de către un generator de înaltă frecvență în limitele 0,3 ... 100 MHz. La încălzirea materialelor nemetalice într-un cîmp electric, pierderile dielectrice devin un factor pozitiv, deoarece căldura degajată se folosește în scopuri tehnologice.

Scanned with CamScanner

Generatoarele de înaltă frecvență sînt oscilatoare electronice cu puteri uzuale de 0,5 ... 50 kW, dar care pot atinge 1 000 kW.

Domeniile de utilizare ale acestui mod de încălzire sînt foarte variate: industria alimentară (uscarea zahărului, făinii, sării etc. adică a alimentelor cu structură omogenă, situații în care se obțin încălziri uniforme), industria de prelucrare a lemnului (uscarea și încleierea pieselor de lemn: placaje, piese fasonate etc), industria construcțiilor de mașini (uscarea miezurilor de turnătorie), industria electrotehnică (confecționarea pieselor din materiale termoplastice, fabricarea plăcilor și cilindrilor din pertinax, stratitex sau sticlostratitex) ș.a.

Avantajele încălzirii capacitive, care rezultă din principiul acestui procedeu, sînt următoarele:

— căldura se dezvoltă în întreaga masă a dielectricului, rezultînd o distribuție uniformă a temperaturii, distribuție care nu se poate obține la încălzirea din exterior prin conducție, convecție sau radiație termică, deoarece dielectricii sînt materiale rău conductoare de căldură;

— timpul necesar încălzirii este redus, rezultînd o productivitate ridicată a procedeului;

— instalațiile de încălzire sînt simple și au un gabarit redus.

3. *Temperatura la care ajunge în timp materialul supus încălzirii dielectrice*

Creșterea temperaturii $d\theta$ a dielectricului în timpul dt este direct proporțională cu dezvoltarea de căldură, adică cu pierderile dielectrice, și invers proporțională cu căldura specifică c. Considerînd pierderile de căldură prin conducție, convecție și radiație neglijabile, se poate scrie bilanțul termic al unei șarje astfel:

$$P\,dt = cM\,d\theta, \tag{10}$$

în care M este masa dielectricului.

Deci:

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{P}{c \cdot M}. \tag{11}$$

Scanned with CamScanner

Luînd în considerare (8) și ținînd seama că $V = \frac{M}{\rho}$ în care ρ este masa specifică, relația (11) capătă forma:

$$\frac{d\theta}{dt} = 0{,}0556 \cdot 10^{-10} \frac{\varepsilon_r \operatorname{tg} \delta}{c\rho} f E^2. \qquad (12)$$

Totodată din relația (10) se poate calcula puterea specifică medie necesară încălzirii unui kilogram de dielectric de la temperatura θ_i la temperatura θ_f, în intervalul de timp $\Delta t = t_f - t_i$:

$$p' = \frac{P}{M} = \frac{c(\theta_f - \theta_i)}{t_f - t_i} = \frac{c\Delta\theta}{\Delta t}. \qquad (13)$$

Din (9) însă rezultă că $p' = \frac{p}{\rho}$ și deci (13) se poate scrie sub forma:

$$0{,}556 \cdot 10^{-10} \frac{\varepsilon_r \operatorname{tg}\delta}{\rho} f E^2 = \frac{c\,\Delta\theta}{\Delta t},$$

din care:

$$\Delta\theta = 0{,}556 \cdot 10^{-10} \frac{\varepsilon_r \operatorname{tg} \delta}{\rho\, c} f E^2 \Delta t. \qquad (14)$$

Din (14) rezultă, așa cum era de așteptat, că temperatura, la care ajunge în timpul Δt materialul supus încălzirii capacitive, depinde de frecvență și intensitatea cîmpului electric. Așa cum s-a arătat mărimea E este limitată din motive de conturnare și respectiv străpungere a materialelor dielectrice. Ca urmare, elementul asupra căruia se poate acționa este frecvența f a tensiunii de alimentare a instalației de încălzire capacitivă.

În cazul în care, în procesul de încălzire, din material se degajă vapori de apă care se pot condensa pe armăturile condensatorului, crește pericolul de conturnare și ca urmare este indicat a reduce intensitatea cîmpului electric și trecerea, dacă este posibil, la o frecvență mai ridicată.

*

Vom încheia această prezentare cu o problemă cu caracter practic din domeniul abordat.

Scanned with CamScanner

Pentru încălzirea și uscarea unei plăci de lemn aceasta se introduce complet între armăturile unui condensator electric plan alimentat de către un generator de curent alternativ de înaltă frecvență. Știind că puterea transformată în căldură pe unitatea de volum a lemnului este $p = 0{,}05$ W/cm³, permitivitatea relativă a lemnului $\varepsilon_r = 4{,}5$ intensitatea cîmpului electric dintre armăturile condensatorului $E = 400$ V/cm iar tangenta unghiului de pierderi $\operatorname{tg}\delta = 0{,}05$, se cere să se determine frecvența generatorului.

Pentru soluționarea problemei explicităm frecvența f din relația (9) și obținem:

$$f = \frac{p}{0{,}0556 \cdot 10^{-10}\, \varepsilon_r \operatorname{tg}\delta E^2} = \frac{18 \cdot 10^9\, p}{\varepsilon_r \operatorname{tg}\delta E^2}.$$

Înlocuind valorile numerice (exprimate în unități ale SI) în relația de mai sus, avem:

$$f = \frac{18 \cdot 10^9 \cdot 0{,}05 \cdot 10^6}{4{,}5 \cdot 0{,}05 \cdot (400 \cdot 10^2)^2} = 2{,}5 \cdot 10^6 \text{ Hz} = 2{,}5 \text{ MHz}.$$

ACORDAREA PRIMULUI AJUTOR CELOR ELECTROCUTAȚI

Trecerea curentului electric prin organismul uman (mai mult de 50 mA în cazul curentului continuu și mai mult de 10 mA în cazul curentului alternativ), poate opri fie respirația, fie circulația sîngelui, sau, în cazul cel mai grav, poate determina ambele efecte.

Funcțiile respiratorii și cardiace sînt strîns corelate, avînd rolul de a oxigena și a asigura vitalitatea tuturor celulelor corpului. Or, prin trecerea curentului electric prin organism, schimbul de gaze la nivelul plămînilor nu va mai avea loc în condiții normale, sîngele va avea un conținut sporit de dioxid de carbon, ceea ce determină paralizia funcțiilor creerului și de aici pierderea cunoștinței de către cel electrocutat.

Prin urmare, acordarea primului ajutor în caz de electrocutare are drept scop readucerea în stare normală a funcțiilor respiratorii și cardiace. Aceasta se realizează prin respirația artificială și, respectiv, prin masajul cardiac ce trebuie să li se facă electrocutaților în caz de accidente.

Scanned with CamScanner

PEDEAPSĂ EXAGERATĂ

Legenda descoperirii focului (legendă greacă antică) relatează faptul că Prometeu (fiu al titanului Iapet și al unei oceanide) a furat unul din trăsnetele lui Zeus și l-a dăruit oamenilor de pe pămînt, făcînd astfel posibilă dezvoltarea meșteșugurilor.

Drept pedeapsă, Zeus l-a înlănțuit de o stîncă din Munții Caucaz, unde un vultur uriaș îi devora zilnic ficatul, care creștea peste noapte la loc.

Ne propunem să determinăm pentru ce sumă a trebuit să sufere Prometeu, proteguitorul și binefăcătorul oamenilor, această pedeapsă grozavă, pînă ce a fost eliberat de Herakles.

În acest sens, să presupunem că trăsnetul, furat de Prometeu, a luat naștere la o tensiune de aproximativ $U = 5 \cdot 10^7$ V, iar curentul de descărcare, care ar fi aprins prima dată focul de pe Pămînt, avea o intensitate maximă de $I = 2 \cdot 10^4$ A.

Puterea trăsnetului este într-adevăr considerabilă:

$$P = UI = 5 \cdot 10^7 \cdot 2 \cdot 10^4 = 10^{12} \text{ W} = 10^9 \text{ kW} = 10^6 \text{ MW}.$$

Pentru a putea calcula energia furată de Prometeu, este necesar să știm cam cît durează o descărcare electrică în atmosferă. Considerînd pentru acest timp valoarea medie $t = 2 \cdot 10^{-4}$ secunde, energia electrică produsă este

$$W = P \cdot t = 10^{12} \cdot 2{,}10^{-4} = 2 \cdot 10^8 \text{ J} = \frac{2 \cdot 10^8}{3{,}6 \cdot 10^6} \approx 55{,}5 \text{ kWh}.$$

Dacă socotim că 1 kWh energie electrică consumată costă în medie cam 2 lei, putem evalua paguba pricinuită de Prometeu colectivului zeilor de pe Olimp:

$$55{,}5 \text{ kWh} \cdot 2 \text{ lei/kWh} = 111 \text{ lei}.$$

Se constată că într-adevăr pentru o asemenea sumă Zeus a aplicat o pedeapsă mult prea exagerată!

Scanned with CamScanner

SCURTCIRCUITE ŞI PROTECŢIA ÎMPOTRIVA LOR

Scurtcircuitul adică un „circuit scurt" reprezintă o legătură galvanică directă printr-o rezistenţă (sau în general printr-o impedanţă, în curent alternativ) de valoare redusă, între două puncte ale unui circuit, care în mod normal sînt izolate între ele.

Scurtcircuitul are drept urmare apariţia unui *„curent de scurtcircuit"* de valoare foarte mare, care, trecînd prin conductoarele electrice, provoacă o încălzire bruscă a acestora (ca urmare a degajării unei mari cantităţi de căldură prin efect Joule-Lenz) şi eforturi mecanice între conductoare (datorite forţelor electrodinamice). Urmările acestor efecte sînt: topirea conductoarelor şi deformări mecanice permanente ale acestora.

Datorită căderii mari de tensiune, în cazul unui scurtcircuit, tensiunea în circuit scade foarte mult.

Pentru protecţia împotriva acestor efecte, în practică, circuitele sînt prevăzute cu siguranţe fuzibile, întrerupătoare automate etc.

Pentru a ne da seama de ordinul de mărime al curenţilor de scurtcircuit într-o instalaţie electrică protejată cu siguranţe fuzibile ne vom referi la un exemplu numeric concret. Vom presupune că fuzibilele siguranţelor sînt constituite din fire de cupru cu diametrele $d = 3 \cdot 10^{-4}$ m şi ştiind că în cazul unui scurtcircuit, timpul de întrerupere a curentului (timpul de topire a fuzibilelor) este $t = 0{,}2$ s, ne propunem să determinăm valoarea aproximativă a curentului de scurtcircuit din instalaţia respectivă, neglijînd variaţia rezistenţei fuzibilelor cu temperatura şi considerînd că întreaga cantitate de căldură produsă a fost folosită pentru încălzirea fuzibilelor ce aveau temperatura iniţială $\theta_0 = 18°C$.

Pornim de la faptul că intensitatea curentului de scurtcircuit produce o variaţie bruscă de temperatură a fuzibilului $\Delta\theta = \theta_t - \theta_0$, unde prin θ_t notăm temperatura de topire a materialului fuzibilului.

Cantitatea de căldură absorbită de fuzibil este:

$$Q_1 = mc\Delta\theta, \qquad (1)$$

în care m este masa fuzibilului, iar c — căldura specifică a acestuia.

Scanned with CamScanner

Dar:

$$m = \gamma V = \gamma \frac{\pi d^2}{4} l, \tag{2}$$

în care γ este densitatea materialului fuzibilului, iar l — lungimea acestuia.

Înlocuind (2) în (1), se obține:

$$Q_1 = \gamma c l \frac{\pi d^2}{4} \Delta\theta. \tag{3}$$

Cantitatea de căldură produsă de curentul de scurtcircuit rezultă din relația:

$$Q_2 = I_{sc}^2 R t. \tag{4}$$

Dar rezistența electrică a fuzibilului este:

$$R = \rho \frac{l}{s} = \rho \frac{4l}{\pi d^2}, \tag{5}$$

în care ρ este rezistivitatea materialului fuzibilului. Substituind (5) în (4) și luînd în considerație aproximația $Q_1 = Q_2$, avem:

$$\gamma c l \frac{\pi d^2}{4} \Delta\theta = I_{sc}^2 \rho \frac{4l}{\pi d^2} t,$$

din care:

$$I_{sc} = \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{\frac{\gamma c \Delta\theta}{\rho t}}. \tag{6}$$

Cum însă mărimea:

$$\frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{\gamma c}{\rho}} = k, \tag{7}$$

reprezintă o constantă, expresia (6) capătă forma:

$$I_{sc} = k d^2 \sqrt{\frac{\Delta\theta}{t}}. \tag{8}$$

Scanned with CamScanner

Ţinînd seama că în cazul concret avut în vedere $\rho = 1{,}75 \cdot 10^{-8}$ Ωm, $c = 4\,160$ J/kg°C, $\gamma = 8{,}92 \cdot 10^3$ kg/m³ iar $\theta_t = 1\,084$°C, din (7) şi (8) rezultă $I_{sc} \approx 237$ A.

PUTEREA UNUI GENERATOR ELECTRIC MĂSURATĂ FĂRĂ APARATE ELECTRICE DE MĂSURĂ

În lipsa unor aparate de măsură de precizie, pentru măsurarea aproximativă a puterii debitate de către un generator electric de curent continuu se poate proceda şi în felul următor: bornele generatorului se conectează la doi electrozi, cu distanţa d între aceştia, care se introduc la adîncimea h într-un canal cu apă curgătoare. Cunoscîndu-se viteza de curgere a epei în canal v precum şi creşterea temperaturii apei care a trecut printre electrozi $\Delta\theta$, putem, într-adevăr, determina puterea generatorului.

Prezentăm în cele ce urmează raţionamentul şi calculul elementar al acestei puteri.

Volumul de apă care trece printre electrozi în timpul $t = 1$ s, este:

$$V = dhv. \tag{1}$$

Cantitatea de căldură necesară pentru încălzirea apei ce trece printre electrozi în timpul $t = 1$ s, este:

$$Q = mc\,(\theta_2 - \theta_1) = mc\Delta\theta. \tag{2}$$

Dar:

$$m = \rho V = \rho dhv,$$

şi deci:

$$Q = \rho dhvc\,\Delta\theta. \tag{3}$$

În relaţiile (2) şi (3), m reprezintă masa apei ce trece printre electrozi în timpul $t = 1$ s, c — căldura specifică a apei, iar ρ — densitatea apei.

Cum această cantitate de căldură trebuie să se producă pe seama energiei electrice debitată de generator, pentru $t = 1$s rezultă că:

$$P = Q \Rightarrow P = \rho dhvc\,\Delta\theta \tag{4}$$

Scanned with CamScanner

Să considerăm un exemplu numeric: $d = 1$ m; $h = 0{,}6$ m; $v = 0{,}5$ m/s și $\Delta\theta = 2°C$.

Înlocuind valorile numerice în (3), se obține:

$$P = 10^3 \cdot 1 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}5 \cdot 4{,}1855 \cdot 10^3 \cdot 2 =$$
$$= 2\,511\,300 \text{ W} = 2\,511{,}3 \text{ kW}.$$

BRICHETE CU APRINDERE PRIN EFECT PIEZOELECTRIC

Aprinderea aragazului sau a țigărilor se poate realiza cu ajutorul brichetelor electrice. O variantă de brichetă electrică este aceea cu aprindere prin *efect piezoelectric*, la care piatra clasică de brichetă este înlocuită cu doi electrozi, scînteia obținîndu-se prin străpungerea aerului dintre aceștia. Tensiunea electrică de străpungere se obține prin efect piezoelectric. În principiu, o astfel de brichetă este compusă dintr-o placă de cuarț piezoelectric de arie $S = 4$ mm^2 și grosime $d_1 = 2$ mm. Placa este metalizată pe ambele fețe și este conectată la doi electrozi (fig. 36). Distanța dintre electrozi este $d_2 = 3$ mm. Cu ajutorul unui cilindru metalic plin, fixat de un resort ce poate fi comprimat și lăsat apoi să se destindă, placa de cuarț este supusă unei tensiuni mecanice astfel încît aceasta se încarcă cu sarcini electrice de semn contrar pe cele două fețe ale sale.

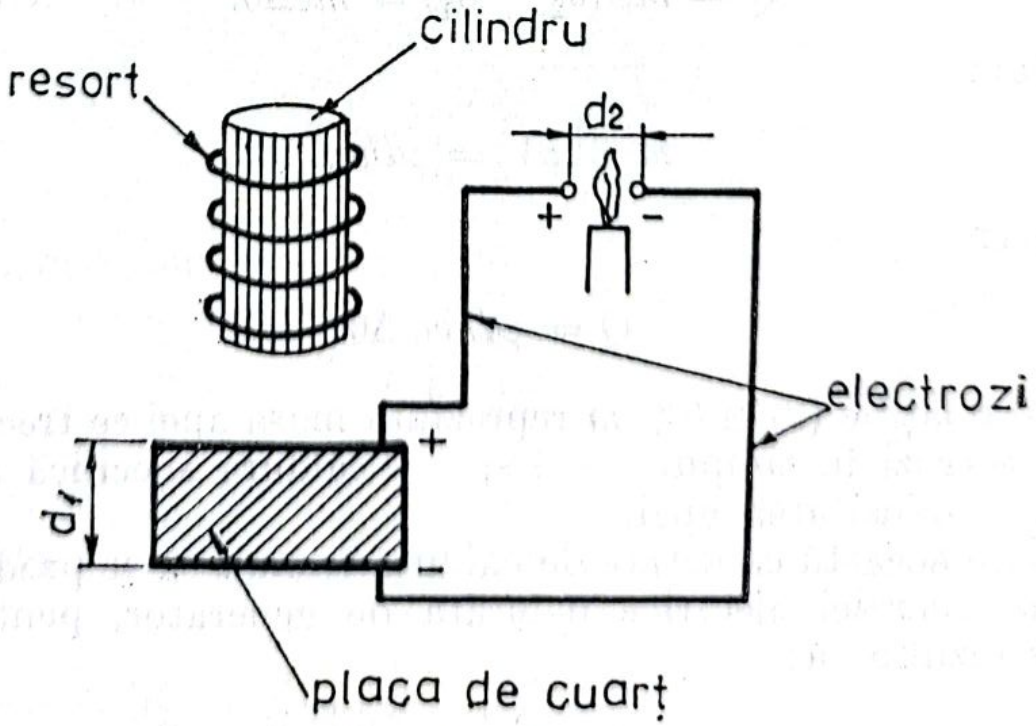

Fig. 36

Scanned with CamScanner

Tensinunea de străpungere a spațiului de aer care creează scînteia electrică este tocmai diferența de potențial de pe fețele plăcii de cuarț.

Bazîndu-ne pe datele numerice, luate în considerare, și ținînd seama că permitivitatea relativă a cuarțului este $\varepsilon_r = 4{,}6$ iar valoarea coeficientului piezoelectric al cuarțului este $d = 2{,}3 \cdot 10^{-12}$ C/N, putem calcula forța și respectiv presiunea ce trebuie să se exercite pe placa piezoelectrică astfel încît să se producă aprinderea.

Într-adevăr notînd cu F forța de compresiune mecanică asupra plăcii de cuarț, aceasta se încarcă cu cantitatea de electricitate:

$$Q = Fd. \tag{1}$$

Diferența de potențial dintre electrozi este:

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{Fd}{\varepsilon S/d_1} = \frac{dd_1F}{\varepsilon_0\varepsilon_r S}, \tag{2}$$

în care C este capacitatea electrică a condensatorului plan al cărui dielectric este placa de cuarț.

Tensiunea electrică minimă necesară străpungerii spațiului dintre electrozi este:

$$U_{min} = E_0 d_2, \tag{3}$$

în care $E_0 \approx 8 \cdot 10^5$ V/m este intensitatea cîmpului electric de străpungere pentru aer.

Din (2) și (3) rezultă că forța necesară obținerii tensiunii minime pentru aprinderea brichetei este:

$$E_0 d_2 = \frac{dd_1F}{\varepsilon_0 \varepsilon_r S} \Rightarrow F = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r E_0 d_2 S}{dd_1}. \tag{4}$$

Evident, presiunea ce trebuie să se exercite pe placa piezoelectrică pentru a se produce aprinderea este:

$$p = \frac{F}{S} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r E_0 d_2}{dd_1}. \tag{5}$$

Numeric rezultă:

$$F \approx 85 \text{ N} \text{ și } p \approx 212 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

Scanned with CamScanner

O ANALOGIE ELECTROMECANICĂ

1. Să presupunem că ni se dau două condensatoare electrice de capacităţi diferite ($C_1 \neq C_2$), care se încarcă la tensiuni electrice diferite ($U_1 \neq U_2$). După încărcare, condensatoarele sînt deconectate de la sursele de tensiune şi se conectează în paralel.

Ceea ce ne propunem să determinăm este energia pierdută (ΔW_e) după conectarea în paralel a condensatoarelor.

Deoarece $U_1 \neq U_2$, la conectarea în paralel a condensatoarelor se pierde o cantitate de energie prin conducţie (deplasarea electronilor) care se disipă în mediul exterior sub formă de căldură (efect Joule în conductoarele de conexiune).

Energia celor două condensatoare, înainte de conectarea lor în paralel, este:

$$W_1 = \frac{1}{2}(C_1U_1^2 + C_2U_2^2). \tag{1}$$

Energia aceloraşi condensatoare, după conectarea lor în paralel, este:

$$W_2 = \frac{1}{2}(C_1 + C_2)U^2, \tag{2}$$

în care U este tensiunea comună la bornele condensatoarelor după conectarea acestora în paralel.

Pentru a determina tensiunea U utilizăm *legea conservării sarcinii electrice*:

$$C_1U_1 + C_2U_2 = (C_1 + C_2)U, \tag{3}$$

din care:

$$U = \frac{C_1U_1 + C_2U_2}{C_1 + C_2}. \tag{4}$$

Înlocuind (4) în (2) se obţine:

$$W_2 = \frac{(C_1U_1 + C_2U_2)^2}{2(C_1 + C_2)}. \tag{5}$$

Utilizînd (1) şi (5) determinăm pierderea de energie $\Delta W_e = W_1 - W_2$:

$$\Delta W_e = \frac{C_1C_2(U_1 - U_2)^2}{2(C_1 + C_2)}. \tag{6}$$

Scanned with CamScanner

Luînd în considerare faptul că $C_1C_2/C_1 + C_2 = C_s$ în care C_s este capacitatea electrică echivalentă a celor două condensatoare conectate în serie, relația (6) se mai poate pune sub forma:

$$\Delta W_e = \frac{C_s}{2}(U_1 - U_2)^2 \tag{7}$$

Evident că în cazul în care $U_1 = U_2$, pierderea de energie este nulă. În situația în care unul din condensatoare este descărcat ($U_2 = 0$ sau $U_1 = 0$) din (7) rezultă:

$$\Delta W_e = \frac{C_s U_1^2}{2} \text{ sau } \Delta W_s = \frac{C_s U_2^2}{2}. \tag{8}$$

2. Vom arăta, în cele ce urmează, că între studiul pierderii de energie în cazul celor două condensatoare și cazul pierderii de energie a două corpuri care se ciocnesc perfect plastic, există o analogie perfectă. Să presupunem deci două corpuri (de exemplu două bile) de mase diferite ($m_1 \neq m_2$) și viteze diferite ($v_1 \neq v_2$) care se ciocnesc centric și în linie dreaptă.

Vitezele fiind de același sens iar ciocnirea fiind perfect plastică, se pune problema determinării pierderii de energie în urma ciocnirii.

Într-adevăr, în urma ciocnirii celor două corpuri, o parte din energia lor inițială se pierde ca urmare a lucrului mecanic consumat în deformarea plastică, ca și prin căldura degajată în mediul exterior ca urmare a frecărilor în procesul deformării plastice.

Energia celor două corpuri înainte de ciocnire era:

$$W_1' = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}. \tag{1'}$$

Energia sistemului celor două corpuri după ciocnire este:

$$W_2' = \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2}, \tag{2'}$$

în care v este viteza comună a celor două corpuri după ciocnirea lor plastică.

Pentru a determina viteza v utilizăm *legea conservării impulsului*:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v} \tag{3'}$$

Scanned with CamScanner

Ciocnirea fiind dreaptă, din (3') rezultă:

$$v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}. \qquad (4')$$

Substituind (4') în (2') se obține:

$$W_2' = \frac{(m_1 v_1 + m_2 v_2)^2}{2(m_1 + m_2)}. \qquad (5')$$

Utilizînd relațiile (1') și (5') determinăm pierderea de energie $\Delta W_m = W_1' - W_2'$:

$$\Delta W_m = \frac{m_1 m_2 (v_1 - v_2)^2}{2(m_1 + m_2)}. \qquad (6')$$

Din (6') rezultă că dacă $v_1 = v_2$, pierderea de energie este nulă ($\Delta W_m = 0$). În situația în care unul din corpuri se află în repaus ($v_2 = 0$ sau $v_1 = 0$) din (6') rezultă:

$$\Delta W_m = \frac{m_1 m_2 v_1^2}{2(m_1 + m_2)} \text{ sau } \Delta W_m = \frac{m_1 m_2 v_2^2}{2(m_1 + m_2)}. \qquad (7')$$

Analizînd comparativ relațiile (1)...(6) cu relațiile (1') ...(6') se constată o analogie perfectă:

$$\Delta W_e \mathrel{\widehat{=}} \Delta W_m;\ C_1 \mathrel{\widehat{=}} m_1;\ C_2 \mathrel{\widehat{=}} m_2$$

$$U_1 \mathrel{\widehat{=}} v_1;\ U_2 \mathrel{\widehat{=}} v_2;\ U \mathrel{\widehat{=}} v.$$

Iată deci că tensiunile electrice sînt analoage cu vitezele, iar capacitățile electrice cu masele corpurilor ce se ciocnesc plastic.

Legea conservării sarcinii electrice este analoagă legii conservării impulsului.

Prin analogie putem considera o „*masă echivalentă serie*“:

$$m_s = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \mathrel{\widehat{=}} C_s = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}.$$

Tot așa se poate defini o masă echivalentă paralel:

$$m_p = m_1 + m_2 \mathrel{\widehat{=}} C_p = C_1 + C_2.$$

Conchidem prin a preciza că analogia este folosită cu succes în cercetarea științifică în general, și în fizică în special, cu rezultate dintre cele mai surprinzătoare.

Scanned with CamScanner

CULOAREA CERULUI

Leonardo da Vinci (1452—1519) mare om de știință italian al Renașterii, care întruchipează tipul de „om universal", scrie într-un loc: „*Afirm că culoarea albastră nu este proprie cerului, ci este cauzată de umezeala caldă, care se pulverizează pe particule neobservabile ... M-am urcat pe Monboso* (trecătoare din Alpi) *... și am văzut că cerul deasupra mea este întunecos*".

Într-adevăr, tehnica modernă a confirmat observațiile lui Leonardo da Vinci. Astronauții timpurilor noastre ne înștiințează de culoarea neagră a cerului la înălțimi mari.

Culoarea albastră a cerului se datorează dispersiei luminii albe pe particule materiale, cu dimensiuni mici, distribuite neuniform în vid. Intensitatea dispersiei este invers proporțională cu puterea a patra a lungimii de undă (legea lui Rayleigh). După această lege, culoarea cerului ar trebui să fie violetă, deoarece luminii de culoare violetă îi aparține lungimea de undă cea mai mică din spectrul vizibil.

Trebuie însă să luăm în considerare și repartiția energiei luminoase emise de Soare în funcție de lungimea de undă. Se știe că această repartiție nu este uniformă și cea mai mare cantitate de energie luminoasă din spectrul solar se află în domeniul radiațiilor cu lungimea de undă de 480 nm ($480 \cdot 10^{-9}$ m). De la această valoare, spre lungimi de undă mai mici, energia luminoasă scade brusc. În consecință, deși razele luminoase care aparțin culorii violete sînt dispersate mai tare decît cele aparținînd culorii albastre, totuși avem un număr mult mai mare de raze albastre decît violete.

Așadar culoarea cerului trebuie să fie într-adevăr albastră (văzută de pe Pămînt) și aceasta din cauza dispersiei luminii Soarelui.

AURORE POLARE

Aurora polară este un fenomen specific atmosferei de la mare altitudine caracterizat printr-o lumină intensă ce se observă în regiunile arctice *(aurora boreală)* și antarctice *(aurora australă)*.

În mod obișnuit, aurolele polare au o extindere pe verticală cuprinsă între 20 și 100 km. De obicei sînt de culoare verde-galben, culoare produsă de radiația cu lungime de undă de 5 577 Å dată de oxigenul atomic. Aurorele de la mare alti-

Scanned with CamScanner

tudine au culoarea roșie și se datorează radiațiilor cu lungimile de undă de 6 300 Å și 6 364 Å ale aceluiași oxigen atomic. Există aurore ce la crepuscul, iluminate de Soare, au culoare violetă și se datorează radiației emise de moleculele de azot ionizate.

Aurorele polare sînt provocate de protonii și electronii foarte rapizi emiși de Soare în timpul erupțiilor acestuia și captați de cîmpul geomagnetic. Protonii și electronii bombardează atmosfera înaltă și provoacă o emisie de radiație de către oxigenul și azotul aflate în stare ionizată.

REFRACȚIA ATMOSFERICĂ. MIRAJUL

Așa cum se știe, aerul atmosferic nu este un mediu omogen din punct de vedere optic, indicele său de refracție variind în funcție de densitatea sa care scade pe verticală concomitent cu creșterea înălțimii.

Din această cauză, lumina ce vine de la un astru (Soare, Lună, stele, etc.) la un observator de pe Pămînt va parcurge o traiectorie curbă, dînd impresia că astrul s-ar afla în prelungirea ultimei porțiuni a acestei traiectorii. Pentru înțelegerea fenomenului ne putem imagina atmosfera ca fiind alcătuită din foarte multe straturi paralele, fiecare strat avînd indicele de refracție puțin diferit de al celuilalt. În fig. 37 se vede că observatorul O de pe Pămînt nu primește lumina de la steaua S după direcția inițială SI_1, ci după direcția OS'. În felul acesta, astrele vor apărea totdeauna mai sus decît sînt în realitate. Cînd Soarele, de exemplu, se vede la orizont, el se află de fapt cu aproximativ 7° mai jos, sub linia orizontului.

De asemenea, datorită fenomenului de refracție atmosferică Luna și Soarele par turtite pe verticală atunci cînd sînt văzute la orizont.

Refracția atmosferică poartă denumirea de *refracție astronomică* atunci cînd lumina provine de la corpuri cerești și *refracție terestră* cînd lumina provine de la corpuri de pe Pămînt.

Un interesant fenomen de refracție atmosferică este *mirajul*, care se datorește variației densității straturilor de aer, deci și a indicelui de refracție, cu temperatura. Astfel, în ținuturile nisipoase și calde, suprafața solului fiind foarte caldă, straturile de aer din imediata vecinătate vor fi mult mai calde decît cele superioare, indicele de refracție crescînd o dată cu creșterea altitudinii.

Scanned with CamScanner

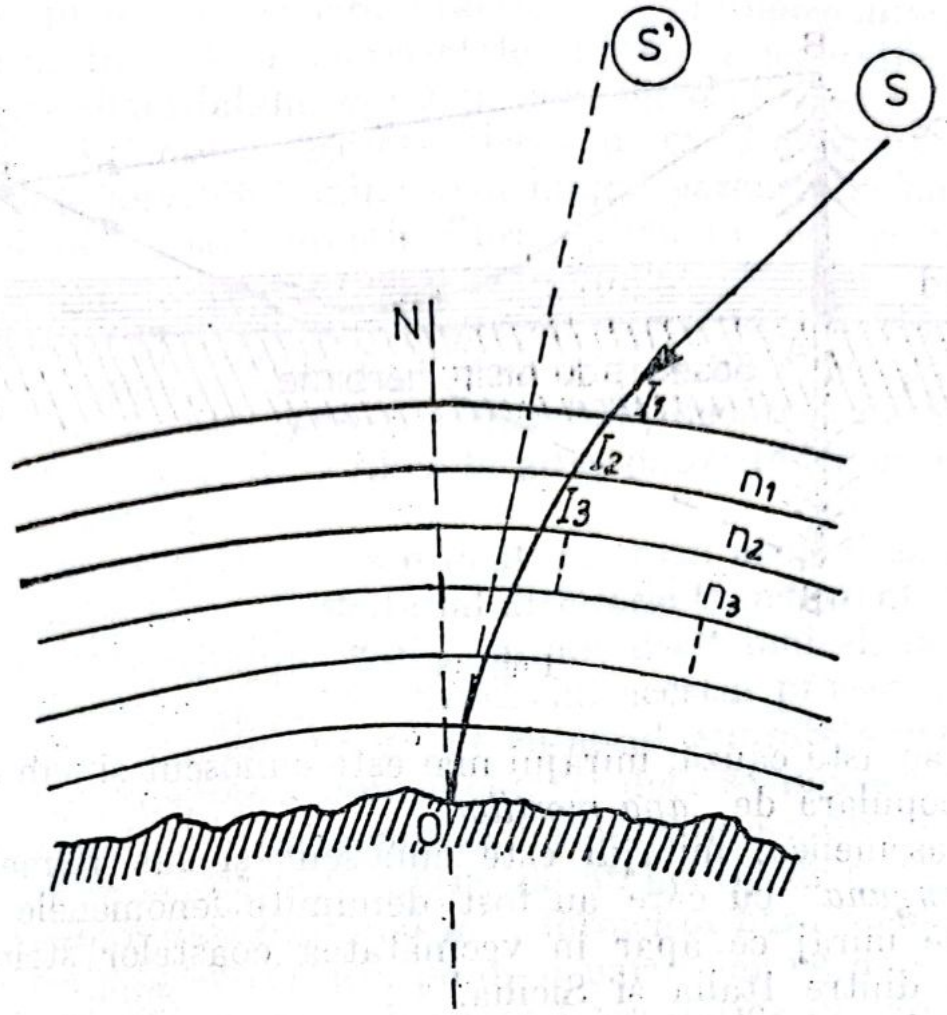

Fig. 37

Așa fiind, o rază de lumină care vine oblic de sus în jos, de la un punct B al unui obiect de pe Pămînt, de exemplu de la vîrful unui arbore, suferă o succesiune de refracții, *cu depărtare de normală*, pînă într-un punct unde unghiul de incidență atinge valoarea limită și unde raza suferă o *reflexie totală*, după care raza continuă să urce oblic, suferind acum o succesiune de refracții, cu *apropiere de normală* (fig. 38). Observatorul din O vede imaginea B' a punctului B sub solul terestru, în direcția ultimei raze refractate pe care el o primește în ochi. Datorită faptului că variația de densitate a straturilor de aer este continuă, drumul urmat de raza de lumină din B pînă în O este o curbă, iar direcția OB', în care observatorul din O vede imaginea B' a punctului B este tangentă în O la această curbă.

Suprafața dintre straturile pe care se produce reflexia totală, situată în imediata vecinătate a solului, apare observatorului din O ca suprafața unui lac în care se oglindesc obiectele de pe maluri.

Scanned with CamScanner

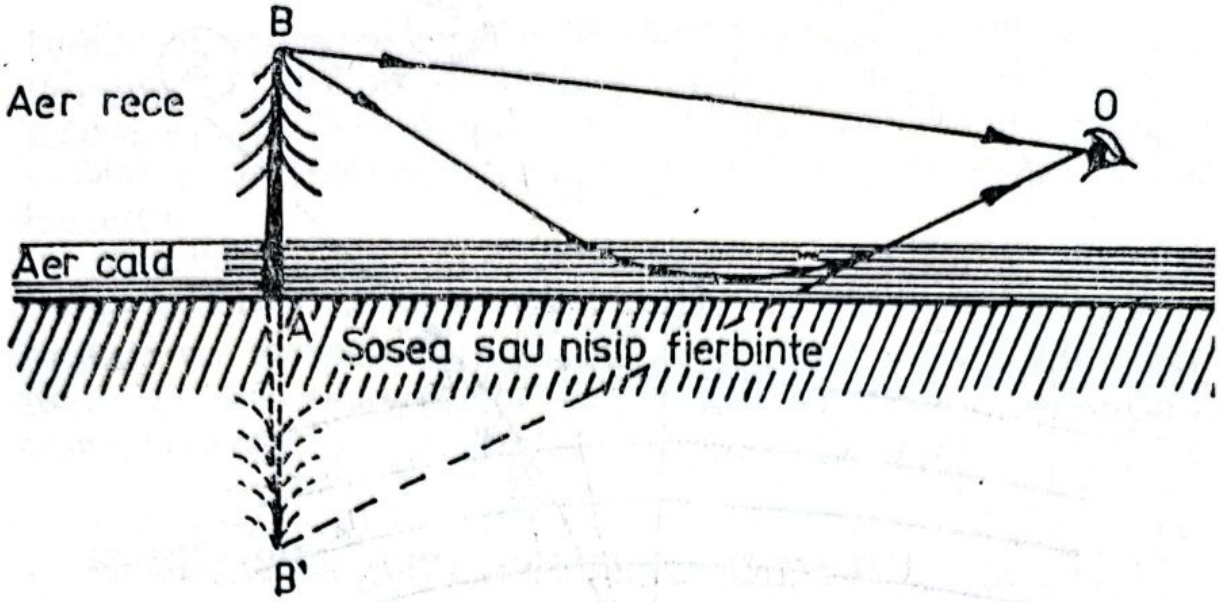

Fig. 38

Din această cauză, mirajul mai este cunoscut și sub denumirea populară de „*apa morților*".

De asemenea, mirajul este cunoscut și sub numele de „*fata morgana*" cu care au fost denumite fenomenele complexe de miraj ce apar în vecinătatea coastelor strîmtorii Messina dintre Italia și Sicilia.

Este de reținut că acest fenomen, în care imaginea răsturnată AB' se află sub obiect (fig. 38), poartă denumirea de *miraj inferior*.

Dacă imaginile răsturnate apar deasupra obiectului (cînd straturile inferioare de aer sînt mai reci decît cele superioare, cum se întîmplă uneori deasupra mărilor, dimineața) fenomenul se numește *miraj superior*. Fără îndoială că mirajul este cea mai interesantă iluzie pe care ne-o oferă natura fără să facem vreo intervenție asupra ei.

FIBRE OPTICE

Deși preocupări de obținere a fibrelor optice au existat mai de mult, abia după 1950 s-au putut realiza fibre optice cu aplicații practice.

Principiul de funcționare al fibrelor optice este asemănător, din multe puncte de vedere, cu principiul de transmitere a luminii printr-o baghetă de sticlă transparentă.

Teoretic lumina se poate transmite printr-o fibră optică dacă indicele de refracție al fibrei este mai mare decît cel al aerului, folosind fenomenul de reflexie totală.

Scanned with CamScanner

Din punct de vedere practic însă, neomogenităţile din structura internă a materialului optic, impurităţile de pe suprafaţa materialului optic şi neomogenitatea de prelucrare fac ca o fibră optică aşezată direct în aer să conducă la pierderi foarte mari de lumină de-a lungul parcursului luminii şi în final să dispară practic fibra optică în ceea ce priveşte proprietatea acesteia ca ghid de lumină.

Este de reţinut că şi în cazul în care suprafaţa materialului ar fi complet lipsită de impurităţi, o fibră de tipul amintit mai sus nu este practic utilizabilă, deoarece au loc pierderi de lumină de la o fibră la alta, datorate fenomenului de „diafonie optică".

Efectul de diafonie este înlăturat prin acoperirea fibrelor cu un strat subţire de material dielectric transparent, al cărui indice de refracţie este mult mai mic decît indicele de refracţie al materialului fibrei. Avantajul acestui procedeu constă în aceea că, nefiind în contact cu aerul, suprafaţa exterioară a fibrei nu mai este impurificată şi deci se înlătură şi pierderea de lumină prin absorbţie. Tehnica de acoperire a fibrelor de sticlă cu un strat subţire de un alt tip de sticlă optică, cu indicele de refracţie mai mic, formează baza metodelor de obţinere a fibrelor optice, pe de o parte, iar pe de alta, permite obţinerea de dispozitive cu fibre optice în care stratul depus la suprafaţa fibrelor serveşte şi ca liant. În afară de sticla optică, pentru confecţionarea fibrelor optice se utilizează şi materialele plastice optice. Fibrele de plastic au avantajul că sînt mai flexibile şi mai puţin fragile decît fibrele de sticlă, însă prezintă dezavantajul că nu rezistă la temperaturi prea mari.

Eficienţa fibrelor optice ca ghiduri de undă se bazează pe fenomenul de reflexie totală. Cînd diametrul fibrei optice este mare în comparaţie cu lungimea de undă a luminii, se pot neglija efectele de difracţie, iar propagarea luminii în fibră poate fi tratată în funcţie de conceptul de rază de lumină din optica geometrică. Cînd însă diametrul fibrei optice este comparabil cu lungimea de undă a luminii, analiza trebuie făcută în cadrul opticii fizice, ţinînd seama de natura ondulatorie a luminii.

În cele ce urmează vom considera diametrul fibrei mare în comparaţie cu lungimea de undă a luminii. Să considerăm o fibră cilindrică, dreaptă şi uniformă, avînd raza cercului secţiunii transversale r_0 (fig. 39) şi fiind confecţionată dintr-un material cu indicele de refracţie uniform n_1. Presupu-

Scanned with CamScanner

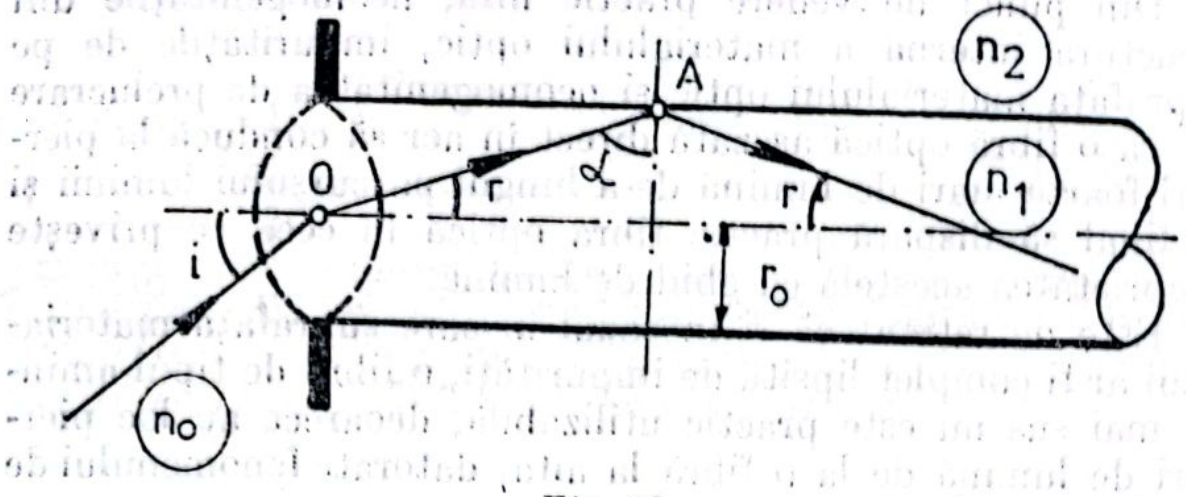

Fig. 39

nem de asemenea că diafragma de intrare a luminii este perpendiculară pe axa fibrei și că aceasta se află într-un mediu cu indicele de refracție $n_2 < n_1$.

Luînd în considerare cazul razelor meridionale (cele care intersectează axa optică a fibrei), vom analiza raza meridională incidentă sub unghiul i și refractată sub unghiul r. Unghiul de incidență, la prima reflexie pe suprafața de separare dintre cele două medii, cu indicii de refracție n_1 și n_2 este:

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - r. \tag{1}$$

Aplicînd legea a doua a refracției în O, avem:

$$n_0 \sin i = n_1 \sin r \tag{2}$$

Condiția de reflexie totală în punctul A este:

$$\sin \alpha \geqslant \frac{n_2}{n_1}. \tag{3}$$

Din (1), (2) și (3) putem determina valorile maxime ale unghiurilor i și r pentru care orice rază de lumină incidentă pe suprafața de intrare a fibrei optice va fi o rază *trapată* (ghidată) și care asigură propagarea luminii prin fibra optică.

Din (1) rezultă $\sin \alpha = \cos r = \sqrt{1 - \sin^2 r}$, astfel că (2) și (3) devin:

$$\left.\begin{aligned} \sin i &= \frac{n_1}{n_0} \sin r \\ \sqrt{1 - \sin^2 r} &\geqslant \frac{n_2}{n_1} \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Scanned with CamScanner

Rezolvînd sistemul (4) în raport cu i și r, se obține

$$i_{max} = \text{arc sin} \frac{1}{n_0} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \tag{5}$$

$$r_{max} = \text{arc sin} \frac{1}{n_1} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \tag{6}$$

Apertura numerică a fibrei optice este dată de expresia:

$$A_0 = n_0 \sin i_{max} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \tag{7}$$

Raza meridională considerată reflectată în punctul A, sub un unghi de reflexie α, va intersecta din nou axa optică sub unghiul r, astfel că următoarea reflexie va avea loc tot sub unghiul de incidență α, unghi care se menține și pentru toate celelalte reflexii care urmează pe toată lungimea fibrei optice.

Presupunînd că fibra optică are lungimea L, drumul străbătut de raza de lumină considerată este $d = L/\cos r$.

Dar din (2) avem:

$$\sin r = \frac{n_0}{n_1} \sin i \Rightarrow \cos r = \sqrt{1 - \left(\frac{n_0}{n_1}\right)^2 \sin^2 i}$$

astfel că:

$$d = \frac{n_1 L}{\sqrt{n_1^2 - n_0^2 \sin^2 i}}. \tag{8}$$

Intervalul dintre două reflexii consecutive, măsurat de-a lungul fibrei, este:

$$d_0 = 2r_0 \operatorname{ctg} r \tag{9}$$

Dar:

$$\operatorname{ctg} r = \frac{\cos r}{\sin r} = \frac{\sqrt{n_1^2 - n_0^2 \sin^2 i}}{n_0 \sin i}. \tag{10}$$

Înlocuind (10) în (9) se obține:

$$d_0 = \frac{2r_0}{n_0 \sin i} \sqrt{n_1^2 - n_0^2 \sin^2 i}. \tag{11}$$

Scanned with CamScanner

Rezultă astfel că numărul total de reflexii interioare pe care le suferă raza de lumină este:

$$N_0 = \frac{L}{d_0} = \frac{L}{2r_0} \operatorname{tg} r = \frac{Ln_0 \sin i}{2 r_0 \sqrt{n_1^2 - n_0^2 \sin^2 i}}. \qquad (12)$$

Din punct de vedere al formei geometrice se disting, în afara celor cilindrice, fibre conice și curbate.

Propagarea luminii în astfel de fibre se studiază în mod analog cu cazul fibrei optice cilindrice.

Mai dificilă este analiza razelor oblice.

În ultimul timp s-a dezvoltat tehnica obținerii fibrelor de material plastic avînd indicele de refracție cu variație continuă. Acestea au un diametru de 3 mm și o lungime de cîțiva metri, ceea ce permite folosirea lor pentru examinarea medicală a organelor interne. De asemenea, există posibilitatea de a confecționa fibre de sticlă de silice capilare, care se umplu cu lichide cu indice de refracție mare. Astfel de fibre au fost testate pentru lungimi de ordinul kilometrilor, obținîndu-se rezultate promițătoare.

Fibrele optice se folosesc practic în grupuri, definind așanumitele sisteme de fibre optice, care dispun de o mai mare eficiență practică.

Privind lumina transmisă cu astfel de sisteme, observatorul rămîne impresionat de frumusețea imaginilor care se obțin. Se evidențiază astfel încă o dată frumusețea fenomenelor optice, utilitatea incontestabilă a aplicațiilor opticii în toate domeniile de activitate și faptul că optica a rămas în continuare una din cele mai active, mai utile și mai frumoase ramuri ale științei.

OMUL INVIZIBIL

Unul din titanii literaturii științifico-fantastice a fost scriitorul englez H.G. Wells (1866—1946), care prin formația sa profesională era biolog.

Puțini cunosc de pildă faptul că H.G. Wells a anticipat în *Mașina timpului*, carte apărută cu 10 ani înainte ca Einstein să fi publicat teoria relativității restrînse, a patra coordonată, cea temporală, propunînd un spațiu cuadridimensional.

Dar Wells, în goana, poate, după senzațional, a comis și unele erori inadmisibile din punct de vedere științific. Ne

Scanned with CamScanner

referim la *Omul invizibil* (1897), roman marcat de o puternică forță tensională și care a dat naștere la un șir întreg de imitații atît literare, cît și cinematografice.

Romanul (tradus și în l. română)[1] prezintă povestea straniei și diabolicei experiențe a omului invizibil. Aici genialul fizician *Griffin* — personajul principal al romanului — oferă medicului Kemp „rețeta" invizibilității: „..... *Însușirea de a deveni invizibil depinde de acțiunea pe care o exercită corpurile vizibile asupra luminii .... Reușești să transformi sticla într-un corp invizibil, dacă o introduci într-un lichid al cărui indice de refracție este identic cu al ei. Și ca să generalizăm, un obiect transparent devine invizibil într-un mediu oarecare, dacă indicele său de refracție este egal cu al mediului*".

Dotat cu această însușire miraculoasă, după ce o aplică propriului său corp, Griffin devine un supraom: pătrunde oriunde, se luptă cu o mulțime de oameni înarmați, terorizează un oraș întreg.

Din păcate supraomul imaginat de Wells, în realitate nu ar fi decît un simplu infirm, condamnat să devină un cerșetor .... invizibil.

Eroarea raționamentului lui Wells a fost sesizată pentru prima dată de un alt specialist al literaturii de anticipație, scriitorul M. Renard, prin lucrarea *Omul care voia să fie invizibil* și în care demonstrează că nu poți deveni invizibil, fără să devii orb. Explicația o dă chiar Hopkins, unul din eroii povestirii și care arată că ...

„..... *În primul rînd ochiul este și trebuie să fie o cameră obscură. Dar mai e ceva! Cu ce este ea plină, această cameră în care lumina nu trebuie să pătrundă decît prin deschizătura pupilei? Cu substanțe care, pentru a-și îndeplini rolul optic, trebuie să refracte razele luminoase. Atunci, dacă le iei această proprietate, cu ce vrei să-și îndeplinească misiunea?....*"

Într-adevăr, dacă indicele de refracție al ochiului devine egal cu cel al aerului, este înlăturată singura cauză a refracției; trecînd dintr-un mediu în altul cu același indice de refracție, razele luminoase nu-și modifică direcția de propagare și deci nu pot converge într-un punct, în care să formez imaginea optică ce va fi convertită ca imagine finală în creier.

---

[1] H. G. Wells, *Opere alese*, vol. I (*Mașina timpului, Omul invizibil, Insula doctorului Moreau*). Editura tineretului, București, 1962.

Scanned with CamScanner

Aşadar, ca biolog, H.G. Wells a comis într-adevăr o eroare inadmisibilă prin modul în care şi-a imaginat posibilitatea ca oamenii să devină invizibili.

Ca scriitor al genului, eroarea lui Wells nu este (nu poate fi) esenţială. Aceasta deoarece, aşa cum arăta scriitorul român I. Hobana „*rolul anticipaţiei nu este de a oferi cititorilor ecuaţii şi scheme, ci de a stimula fantezia creatoare, de a sădi în conştiinţa cititorilor ideea posibilităţilor nelimitate ale omului înarmat cu mijloacele ştiinţei şi tehnicii moderne*".

În cazul lui Wells, forma romanului ştiinţifico-fantastic n-a fost accidentală. În ea s-a oglindit credinţa scriitorului în progresul tehnic, dorinţa fierbinte de a sădi la cititori pasiunea cercetării ştiinţifice. În acest sens este de amintit că pasiunea pentru cercetare a unor tineri, deveniţi apoi savanţi de renume mondial, a fost hotărîtor influenţată — aşa după cum ei înşişi au mărturisit — , de lectura romanelor ştiinţifico-fantastice. Este cazul lui K.E. Ţiolkovschi şi a lui H. Oberth — savanţi, pionieri ai astronauticii şi care, în copilărie, fuseseră influenţaţi decisiv de lectura romanelor de anticipaţie ştiinţifică a scriitorului francez J. Verne (1828—1905).

Marele amiral şi explorator polar american R.E. Byrd (1888—1957) care a efectuat primul zbor deasupra Polului Nord (1926) în momentul decolării, declara: „*Jules Verne m-a îndemnat*".

În acelaşi context amintim că marele chimist şi fizician francez G. Claude (1870—1960) a mărturisit că lectura operelor verniene l-a ambiţionat să se dedice studiului punerii în valoare a energiei termice a valurilor.

În final este cazul, credem, să precizăm că decizia celor de la Huston şi Baikonur (capitalele cosmonauticii) nu este cu nimic bizară în legătură cu introducerea în programele de pregătire ale astronauţilor, alături de fizică, chimie, biologie, pilotaj, etc., lectura sistematică a literaturii „science-fiction" ca mijloc de stimulare a unor idei şi soluţii practice ce ar putea fi folosite în timpul zborului....

Scanned with CamScanner

LOCUL OPTIM DE AMPLASARE A SURSEI LUMINOASE

În domeniul proiectării, construcției și exploatării instalațiilor electrice de iluminat este frecvent întîlnită o problemă de fotometrie privind amplasarea optimă a surselor luminoase, astfel încît acestea să asigure iluminarea maximă a punctelor din spațiu care interesează. În principiu, și cu titlu de exemplu, o astfel de problemă constă din determinarea înălțimii de suspendare h a unei surse luminoase punctiforme și uniforme S (fig. 40) astfel încît iluminarea punctului P, din planul orizontal, să aibă valoarea maximă posibilă. Ca date de intrare a problemei se consideră cunoscute distanța $OP = d$ și intensitatea luminoasă a sursei I. În aceste condiții iluminarea punctului P este:

$$E_P = \frac{I \cos \alpha}{SP^2} \tag{1}$$

în care α este unghiul de incidență a razei de lumină SP în punctul P.

Dar:

$$SP^2 = SO^2 + OP^2 = h^2 + d^2 \tag{2}$$

$$\cos \alpha = \frac{SO}{SP} = \frac{h}{\sqrt{h^2 + d^2}}; \quad h \in (0, \infty). \tag{3}$$

Înlocuind (2) și (3) în (1) se obține funcția $E_P(h)$:

$$E_P(h) = \frac{Ih}{(h^2 + d^2)^{3/2}}; \quad h \in (0, \infty). \tag{4}$$

Determinarea extremelor funcției $E_P(h)$ implică, de regulă, utilizarea calculului infinitezimal. Procedînd la schimbarea de variabilă $h(\alpha)$, putem soluționa elementar problema. Astfel avem:

$$h = d \operatorname{ctg} \alpha; \quad \alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right). \tag{5}$$

Scanned with CamScanner

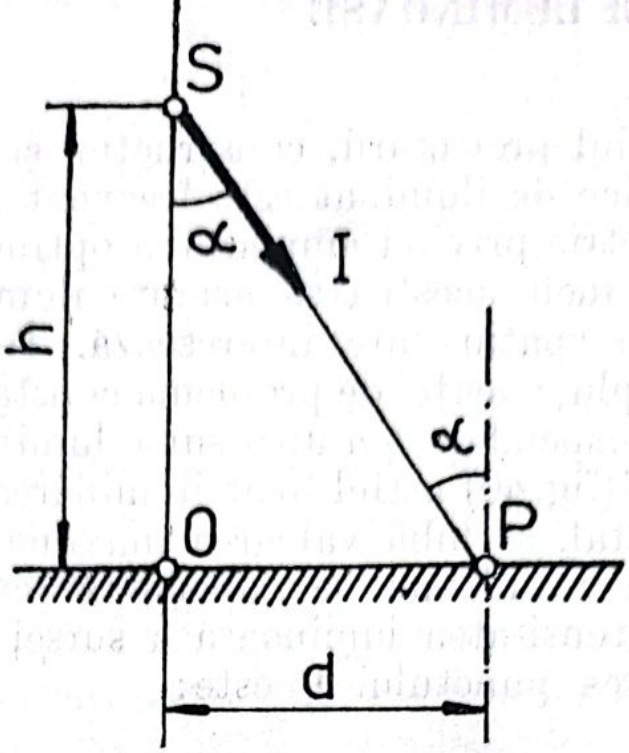

Fig. 40

Înlocuind (5) în (4), se obține:

$$E_P(\alpha) = \frac{I}{d^2} \sin^2 \alpha \cos \alpha; \alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right). \tag{6}$$

Este de observat că expresia (6) se mai poate pune și sub forma:

$$E_P(\alpha) = \frac{I}{d^2} \sin^2 \alpha (\cos^2 \alpha)^{\frac{1}{2}}; \alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right). \tag{7}$$

Luînd în considerare faptul că $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 = \text{const.}$ rezultă că produsul $\sin^2 \alpha (\cos^2 \alpha)^{1/2}$ are valoarea maximă atunci cînd este satisfăcută egalitatea:

$$\frac{\sin^2 \alpha}{1} = \frac{\cos^2 \alpha}{\frac{1}{2}},$$

din care:

$$\operatorname{tg}^2 \alpha = 2 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \pm \sqrt{2}$$

Scanned with CamScanner

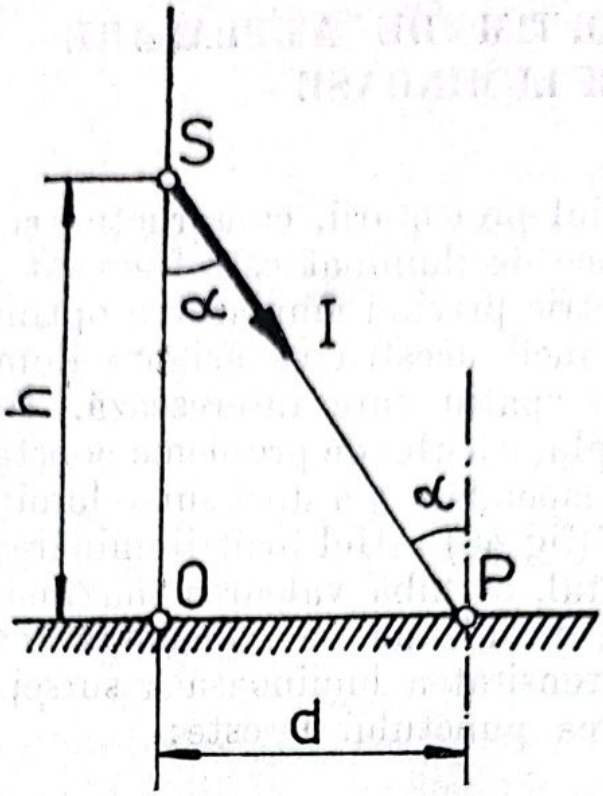

Fig. 40

Înlocuind (5) în (4), se obține:

$$E_P(\alpha) = \frac{I}{d^2} \sin^2 \alpha \cos \alpha; \alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right). \tag{6}$$

Este de observat că expresia (6) se mai poate pune și sub forma:

$$E_P(\alpha) = \frac{I}{d^2} \sin^2 \alpha (\cos^2 \alpha)^{\frac{1}{2}}; \alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right). \tag{7}$$

Luînd în considerare faptul că $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 = \text{const.}$ rezultă că produsul $\sin^2 \alpha (\cos^2 \alpha)^{1/2}$ are valoarea maximă atunci cînd este satisfăcută egalitatea:

$$\frac{\sin^2 \alpha}{1} = \frac{\cos^2 \alpha}{\frac{1}{2}},$$

din care:

$$\operatorname{tg}^2 \alpha = 2 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \pm \sqrt{2}$$

Scanned with CamScanner

Deoarece $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ rezultă că soluția problemei constă în:

$$\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{2} \Rightarrow \alpha \simeq 54°45'55''. \tag{8}$$

Avînd în vedere relația (8), din (4) și (5) rezultă mărimile care interesează:

$$h_0 = \frac{d}{\sqrt{2}} = \frac{d\sqrt{2}}{2}; \quad \max E_P(\mathrm{h}) = \frac{2\sqrt{3}}{9} \frac{I}{d^2} \simeq 0{,}385 \frac{I}{d^2} \tag{9}.$$

Rezultatul (9_1) inspiră și o construcție geometrică prin care se poate determina h ca înălțime optimă de amplasare a sursei luminoase.

Astfel, din (9_1) rezultă:

$$h_0 = \frac{d\sqrt{2}}{2} = d \cos 45°. \tag{10}$$

Aceasta înseamnă că putem determina lungimea optimă OS, ducînd bisectoarea OB, a unghiului drept POC, pe care luăm $OA = OP = d$ și apoi ducînd perpendiculara din A pe OC (fig. 41), determinînd astfel punctul S.

Evident;

$$AS = OS = OA \cos 45° = d \cos 45°.$$

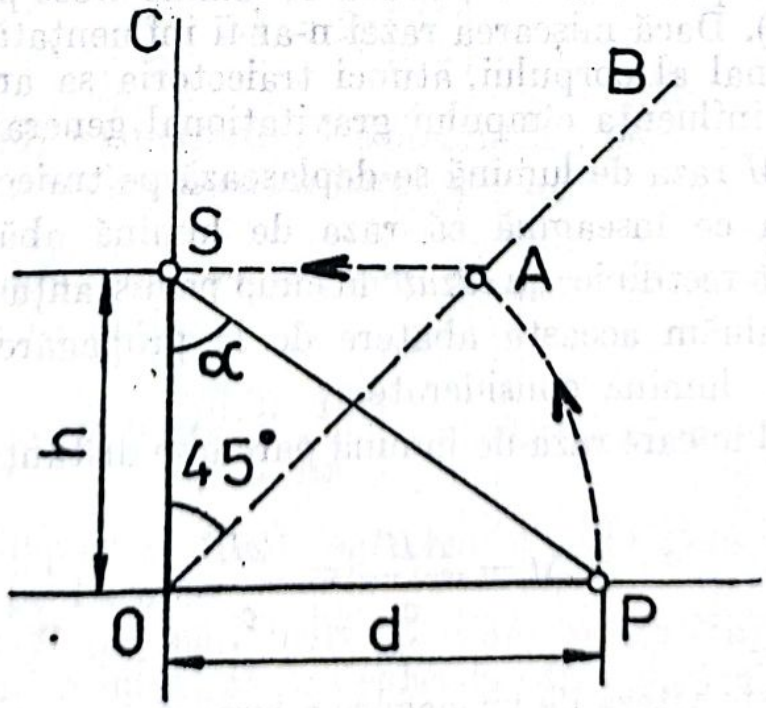

Fig. 41

Scanned with CamScanner

CURBURA RAZELOR DE LUMINĂ ÎN CÎMP GRAVITAȚIONAL

Am mai avut prilejul, în această carte, să ne referim la teoria relativității a lui *Einstein*, teorie cu adevărat revoluționară și plină de inedit, spectaculoasă prin consecințele sale. Teoria relativității generalizate, care nu este altceva decît o extindere a relativității galileene la sistemele de referință neinerțiale (aflate în mișcare neuniformă) și care postulează echivalența dintre *gravitație* și *accelerare*, are drept consecință curbarea traiectoriei razelor de lumină de către cîmpul gravitațional. Problema se pune în acest fel și pentru faptul că o rază de lumină, în propagare, se comportă asemeni unui corpuscul virtual, corpuscul numit foton.

Acesta are asociată masă, masă ce manifestă toate proprietățile masei în general. Înseamnă deci că o rază de lumină se comportă ca un corp greu.

În cele ce urmează ne propunem să calculăm abaterea de la propagarea rectilinie (în linie dreaptă) a unei raze de lumină ce se deplasează în imediata vecinătate a unui corp sferic de rază R și masă M.

Calculul va fi aproximativ, deoarece vom considera că traiectoria razei de lumină este influențată de cîmpul gravitațional al corpului de masă M numai pe o distanță egală cu diametrul corpului.

Să presupunem astfel că raza de lumină trece prin punctul A (fig. 42). Dacă mișcarea razei n-ar fi influențată de cîmpul gravitațional al corpului, atunci traiectoria sa ar fi dreapta AB. Sub influența cîmpului gravitațional generat de corpul de masă M raza de lumină se deplasează pe traiectoria curbă AB', ceea ce înseamnă că raza de lumină abătută de la propagarea rectilinie, „*a căzut*" în cîmp pe distanța $BB' = \Delta h$.

Să evaluăm această abatere de la propagarea rectilinie a razei de lumină considerate.

Timpul în care raza de lumină parcurge distanța AB' este:

$$\Delta t = \frac{AB'}{c} \approx \frac{2R}{c}, \qquad (1)$$

în care c este viteza de propagare a luminii.

Scanned with CamScanner

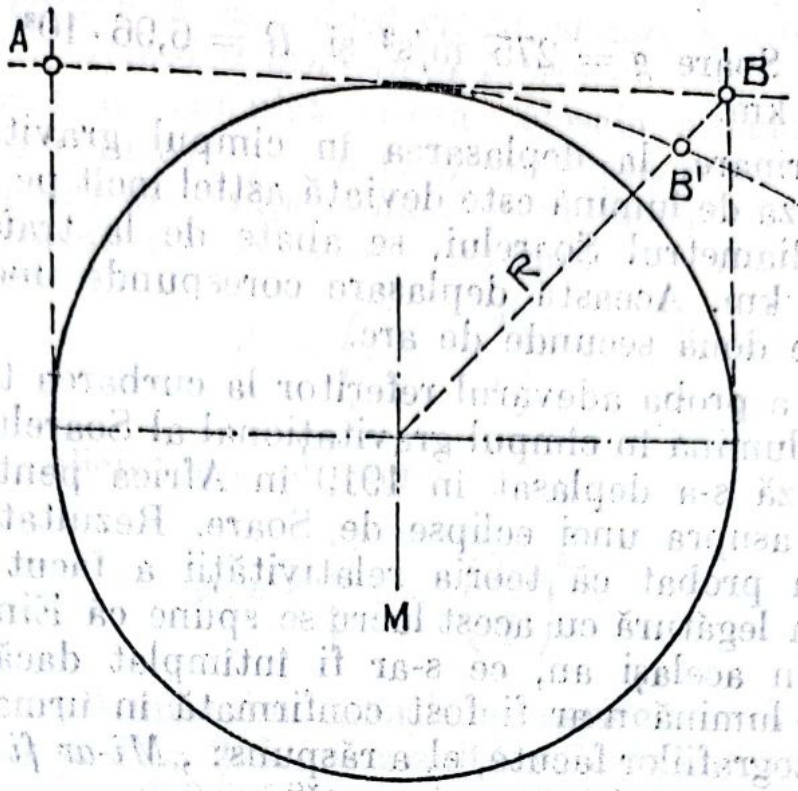

Fig. 42

Dacă g este accelerația căderii libere în regiunea BB', atunci:

$$\Delta h \approx \frac{1}{2} g(\Delta t)^2. \quad \ldots (2)$$

Înlocuind (1) în (2) se obține:

$$\Delta h \approx 2g\left(\frac{R}{c}\right)^2. \quad \ldots$$

Relația (3) ne permite să evaluăm Δh pentru deplasarea unei raze în vecinătatea oricărui astru.

De exemplu, pentru Pământ cu $g = 9{,}8$ m/s² și $R = 6\,370$ km se obține:

$$\Delta h = 2 \cdot 9{,}8\left(\frac{6{,}37 \cdot 10^6}{3 \cdot 10^8}\right)^2 \approx 8{,}835 \cdot 10^{-3} \text{ m}.$$

Această deplasare fiind foarte mică, este greu a fi pusă în evidență pe Pământ.

Dar dacă R și g sînt mari, abaterea poate fi apreciabilă. Einstein însuși a intuit că la deplasarea în vecinătatea Soarelui abaterea poate fi măsurată.

Scanned with CamScanner

Pentru Soare $g = 275$ m/s² și $R = 6{,}96 \cdot 10^8$ m și deci $\Delta h = 2{,}96$ km.

Prin urmare, la deplasarea în cîmpul gravitaţional al Soarelui raza de lumină este deviată astfel încît pe o distanţă egală cu diametrul Soarelui, se abate de la traiectorie cu aproape 3 km. Această deplasare corespunde unei deviaţii cu aproape două secunde de arc.

Pentru a proba adevărul referitor la curbarea traiectoriei razelor de lumină în cîmpul gravitaţional al Soarelui, o expediţie engleză s-a deplasat în 1919 în Africa pentru a face observaţii asupra unei eclipse de Soare. Rezultatele observaţiilor au probat că teoria relativităţii a făcut previziuni corecte. În legătură cu acest lucru se spune că Einstein fiind întrebat, în acelaşi an, ce s-ar fi întîmplat dacă devierea razelor de lumină n-ar fi fost confirmată în urma observaţiilor şi fotografiilor făcute, el a răspuns: „*Mi-ar fi părut rău pentru natură, teoria mea e corectă*“.

PARADOXUL LUI LANGEVIN

O altă problemă care s-a bucurat şi continuă să se mai bucure de o atenţie deosebită în literatura de anticipaţie este cea a „*dilatării timpului*“ şi care constituie o consecinţă a teoriei relativităţii restrînse a lui Einstein. Problema este cunoscută sub denumirea de „*paradoxul lui Langevin*“ sau „*paradoxul gemenilor*“, deoarece a fost lansat pentru prima oară în 1911, la Congresul de filozofie din Bologna, unde în faţa unui public fără prea multe cunoştinţe matematice, fizicianul P. Langevin a fost solicitat să expună într-un mod accesibil bazele teoriei relativităţii restrînse elaborate de prietenul său A. Einstein.

Dar să dăm cuvîntul autorului: „... *De aceea, oricare dintre noi care ar dori să-şi sacrifice doi ani din viaţă pentru a şti ce va fi Pămîntul peste 200 de ani, să exploreze viitorul Pămîntului ... nu are decît să se îmbrace într-un proiectil (rachetă, n.n.), care ar porni de la Pămînt cu o viteză ceva mai mică decît viteza luminii, ceea ce este posibil din punct de vedere fizic, aranjîndu-se lucrurile astfel, încît după un an de zile, socotit de el să întîlnească un corp ceresc, de unde să pornească înapoi, cu aceeaşi viteză. Reîntors pe Pămînt, după o absenţă de 2 ani, el va ieşi din arca sa şi va găsi globul nostru*

Scanned with CamScanner

îmbătrînit cu 200 de ani, dacă viteza cu care a călătorit a fost mai mică cu 1/20.000 din viteza luminii".

Este ușor de calculat viteza colosală a călătorului lui Langevin pentru ca doi ani (T_0) din viața sa să corespundă cu 200 ani (T) din viața oamenilor rămași pe Pămînt, dacă apelăm la formula de dilatare a timpului stabilită de Einstein:

$$T_0 = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}} T, \qquad (1)$$

din care explicitînd v obținem:

$$v = c \sqrt{1 - \left(\frac{T_0}{T}\right)^2}. \qquad (2)$$

Dacă în (2) înlocuim valorile numerice $c = 3 \cdot 10^5$ km/s, $T_0 = 2$ ani și $T = 200$ ani rezultă valoarea vitezei rachetei călătorului $v = 299\,985$ km/s (cu 15 km/s mai mică decît viteza luminii).

Marele fizician A. Einstein a aderat (1911) imediat la concluzia surprinzătoare a lui Langevin.

Această „*dilatare a timpului*" părea destul de paradoxală prin diversele sale implicații și amintea de stupoarea avută de membrii expediției lui Magellan, care, după efectuarea unui înconjur al lumii, sosind în Insulele Capului Verde (iulie 1522) au constatat că după calendar era miercuri, dar pe insulă era joi.

Mergînd mereu spre Est, ei au pierdut o zi, constatare care a stîrnit emoția savanților secolului al XVI-lea.

Fenomenul descris rămîne un adevărat paradox, așa cum a sesizat pentru prima dată filozoful N. Bergson (premiul Nobel pentru literatură din 1927), atîta timp cît discutăm problema în termenii teoriei relativității restrînse (T.R.R.), adică în cazul sistemelor inerțiale, aflate în mișcare uniformă.

În mod necesar însă, se impune și inversarea problemei: dacă considerăm că *nava* este fixă, cosmonautul va vedea Pămîntul mișcîndu-se cu viteza ($-v$) și în acest caz „*pămînteanul*" (sau fratele geamăn al pămînteanului) este cel care va întineri, deoarece sistemele sînt echivalente din punct de vedere fizic. Este interesant și elocvent răspunsul dat în acest sens de celebra actriță de cinema M. Dietrich, care rugată să dea un exemplu de aplicare a teoriei relativității restrînse a replicat: „*cînd oprește Geneva la trenul de (la)*

Scanned with CamScanner

Paris?" În realitate „Pămîntul" și „Racheta" nu pot fi considerate sisteme de referință inerțiale (S.R.I.), pentru simplul motiv că asupra cosmonautului aflat în navă se manifestă obligatoriu accelerații (încetiniri) la plecarea (sosirea) de pe Pămînt, respectiv stea. Ca urmare, racheta, devenind un sistem de referință neinerțial (S.R.N.), va asculta de alte legi și anume de cele ale teoriei relativității generalizate (T.R.G.), care se ocupă cu studiul mișcării sistemelor accelerate.

În rezumat, se pot preconiza următoarele concluzii:

— dacă considerăm că fratele cosmonaut nu se va mai întoarce niciodată pentru a se reîntîlni cu fratele său geamăn în vederea confruntării, ci s-ar privi prin intermediul a două camere T.V. (una instalată pe cosmodrom, iar cealaltă pe navă), măsurînd fiecare timpul cu ceasornicul său, atunci fiecare din cei doi frați gemeni (de unde denumirea, „paradoxul gemenilor" — cu semnificație de egalitate strictă a vîrstelor) va observa, că *celălalt* îmbătrînește mai încet;

— dacă, însă fratele cosmonaut revine pe Pămînt, „afectat" de prezența accelerațiilor, echivalente cu un cîmp gravitațional, care face să se încetinească mersul ceasornicului (conform legilor T.R.G.), precum și cursul proceselor biologice (metabolismul, ritmul cardiac, etc.), va constata că redevenind *conspațial* cu pămîntenii, va înceta în schimb de a mai fi *contemporan* lor. Alți oameni, alte obiceiuri, altă viață ...

Așadar compararea vîrstelor celor doi gemeni devenind posibilă în cel de-al doilea caz, fratele cosmonaut se reîntoarce mai tînăr pe Pămînt, în acest sens fiind posibilă o călătorie *„în viitor"* însă nu mai poate fi vorba de paradoxul discutat deoarce rezultatele sînt normale din punctul de vedere al teoriei gravitației.

Totuși trebuie observat că mergînd pe aceeași linie a raționamentelor, nu poate fi vorba de posibilitatea unei întoarceri în trecut pentru a se influența cauzele unor efecte care deja s-au produs.

LUMEA ANIMALELOR ȘI UNELE PRINCIPII ALE FIZICII

Desprinsă din edificiul filozofiei antice, fizica este o știință a naturii, ea ocupîndu-se, de regulă, cu procesele

Scanned with CamScanner

care privesc materia *moartă*, dar legile şi principiile ei se aplică tot aşa de bine şi la materia vie.

În cele ce urmează ne vom referi doar la cîteva principii şi legi ale fizicii ce se regăsesc în comportamentul unor animale. De asemenea, vom explica pe baza legilor şi principiilor fizicii, în unele cazuri, însăşi construcţia organică a unor animale aşa cum le-a creat natura pentru a le asigura conservarea şi perpetuarea speciei.

a) În înţelepciunea poporului, reprezentată prin proverbe, zicători etc. deseori se întîlneşte referirea la şiretenia vulpii, dar şi la lungimea mare a cozii sale. O coadă tot atît de mare, în raport cu corpul, o are şi veveriţa.

Dar ce rol ar putea avea aceste cozi atît de lungi? Explicaţia ne-o dă tot fizica: cu ajutorul cozii, care are o masă comparabilă cu masa restului corpului, veveriţa îşi poate dirija săriturile, iar vulpea îşi poate schimba brusc direcţia de mişcare.

b) În fuga lor, atunci cînd sînt ameninţate pisicile ciulesc urechile către înapoi.

În aceleaşi împrejurări şi cîinii au acelaşi comportament. Are oare vreo justificare acest comportament? Răspunsul este afirmativ. Într-adevăr urechile acestor animale pot fi asimilate cu nişte cornete acustice.

Ciulirea urechilor le permite să stabilească, cel puţin aproximativ, distanţa pînă la inamicii din a căror pricină trebuie să fugă.

c) Natura a înzestrat unele animale cu anumite simţuri superioare faţă de om. Astfel, capacitatea unor animale de a-şi adapta vederea în întuneric, percepţia gradientelor foarte mici de temperatură, acuitatea mirosului, acuitatea auzului ş.a. sînt mult superioare celor ale omului.

Interesantă, din acest punct de vedere, este percepţia ultrasunetelor. Sunetele audibile pentru om nu depăşesc decît foarte rar frecvenţa de $20 \cdot 10^3$ Hz. Dincolo de această limită avem ultrasunetele.

Avînd o gamă foarte largă de întrebuinţări, ultrasunetele prezintă un interes deosebit pentru ştiinţă şi tehnică astfel că producerea lor cunoaşte, de asemenea, o gamă largă de procedee tehnice: sirene speciale, vibraţia barelor metalice sau a coloanelor de aer foarte scurte, anumite dispozitive electromagnetice şi, în mod deosebit, vibraţia la rezonanţă a lamelelor de cuarţ într-un cîmp electric cu variaţie periodică

Scanned with CamScanner

în timp. Ultrasunete produce însă şi *liliacul* — mamifer insectivor zburător, crepuscular şi nocturn aparţinînd ordinului *chiropterelor*. Liliacul are laringele adaptat ca să emită sunete de frecvenţe superaudibile pentru om, care au fost măsurate şi sînt de ordinul a $40 \cdot 10^3$ Hz.

Acest animal este deci un generator de ultrasunete pe care le emite, dar pe care le poate şi recepţiona prin intermediul urechilor sale adaptate la perceperea undelor ultrasonare reflectate de obstacole.

Aşa se explică şi capacitatea acestor animale fără văz de a se orienta la întuneric, lucrînd întocmai ca un radar: emite ultrasunete care reflectate de obstacole sînt recepţionate de urechile cu pavilioane mari (în raport cu dimensiunile animalului) şi astfel obstacolele sînt ocolite prin schimbarea direcţiei de zbor.

Aşadar, liliacul se orientează în obscuritate cu ajutorul ecoului ultrasunetelor.

d) Meduzele au un simţ aparte care le permite să descopere cu multe ore înainte apropierea unei furtuni pe mare. Aceasta se explică prin aceea că meduzele sînt sensibile la oscilaţiile infrasonore (de frecvenţă $f \simeq 10$ Hz) produse de mişcările valurilor.

e) Reflectînd asupra modului de deplasare a caracatiţei constatăm uşor că acest animal are ceva comun cu racheta. Într-adevăr atît caracatiţa cît şi racheta folosesc acelaşi principiu de deplasare: conservarea impulsului.

f) Este interesant de amintit că era curentului electric a fost deschisă de fapt ca urmare a studiului problemelor de electricitate animală cu care s-a ocupat medicul italian *Luigi Galvani* (1737—1798) în jurul anului 1780.

Se cunoştea încă din antichitate un peşte, *torpila* (*Raja torpedo*), care producea comoţii puternice celui ce-l lua în mînă.

Aceste comoţii erau socotite de origine mecanică. Adamson, în 1751, a adus din Africa la Londra peştele *Silurus electricus*, şi a comparat comoţiile date de el cu descărcările unei butelii de Leyda.

În 1773, Walsh a arătat că se poate obţine o comoţie dacă se atinge cu o mînă spinarea şi cu cealaltă burta peştelui numit torpila electrică. Disecînd acest peşte, Walsh a găsit în dosul craniului organul electric constituit din peste 1100 elemente numite mai tîrziu pile, care erau izolate între

Scanned with CamScanner

ele prin membrane și pe care le-a asimilat unei baterii de butelii de Leyda. Același Walsh a mai constatat că după ce dă o astfel de descărcare, torpila rămîne un anumit timp epuizată.

Hunter, în același an, a disecat și a găsit organul electric al peștelui *Gymontus electricus*, care este mai puternic decît torpila, dar proba că într-adevăr acest pește produce o descărcare electrică a fost făcută abia pe la 1887, de Santi Linari.

Este de asemenea de reținut faptul că proprietățile terapeutice ale descărcărilor electrice erau cunoscute și în antichitate. Astfel, un cunoscut medic antic, *Seribonio Largo*, folosea unii pești cu asemenea proprietăți în tratamentul diverselor boli (sciatică, gută).

Astăzi electricitatea animală este bine studiată de către biofizică. În ceea ce privește „peștii electrici", este de reținut că descărcările pe care le dau constituie arme de apărare ale acestora împotriva răpitorilor lor.

Subiectul este deosebit de vast și interesant nu numai din punct de vedere științific, ci și din punct de vedere al aplicațiilor tehnice. Amintim în acest sens realizările prin similitudine a unor sisteme tehnice, care prezintă caracteristici funcționale optime asemănătoare funcțiilor organismelor vii și care după cum se știe aparțin domeniului de care se ocupă bionica — disciplină științifică de mare viitor.

SOARELE — CEL MAI MARE IZVOR DE ENERGIE PENTRU PĂMÎNT

Într-adevăr, în momentul de față, Soarele reprezintă cel mai mare izvor de energie pentru Pămînt. Afirmația este susținută de faptul că de la Soare, Pămîntul primește o energie a cărei densitate de putere este $p = 1\,350$ W/m² și dacă neglijăm reflexiile și absorbția în atmosferă, atunci puterea totală primită de Pămînt este

$$P_t = \pi R_p^2 p = 1{,}72 \cdot 10^{17} \text{ W}; \quad R_p = 6\,370 \text{ km}.$$

Evident, o sursă terestră de energie care să dezvolte o astfel de putere nu există și nici nu se întrevede, cel puțin în viitorul apropiat, să fie realizată.

Sursele de energie terestră cunoscute (combustibili clasici: petrol, cărbune, gaz metan; căderile de apă, energia eoliană,

Scanned with CamScanner

energia geotermală, a mareelor, nucleară etc.) nu pot dezvolta o putere comparabilă cu cea primită de la Soare și, în plus, sînt limitate sau pe cale de epuizare.

S-ar părea că nevoile, mereu crescînde, de energie ale omenirii vor putea fi satisfăcute, speranțele fiind legate de posibilitatea utilizării energiei *termonucleare*. Despre ce este vorba? La temperaturi foarte înalte, de ordinul zecilor de milioane de grade, din patru atomi de hidrogen (de fapt, nuclee ale atomului de hidrogen) poate fi sintetizat un nucleu al atomului de heliu.

Acest proces poartă denumirea de *fuziune nucleară* sau reacție termonucleară. Se presupune că acest proces are loc în stele și în Soare și el este sursa energiei emise de către acestea. Procesul decurge după schema

$$^1_1\mathrm{H} + {}^1_1\mathrm{H} \rightarrow {}^2_1\mathrm{H} + {}^0_1\mathrm{e} + \nu$$

$$^1_1\mathrm{H} + {}^2_1\mathrm{H} \rightarrow {}^3_2\mathrm{He} + \gamma$$

$$^3_2\mathrm{He} + {}^3_2\mathrm{He} \rightarrow {}^4_2\mathrm{He} + 2\,{}^1_1\mathrm{H}$$

În urma acestei reacții se eliberează energia

$$\Delta E = \Delta m c^2 = (4\, m_{{}^1_1\mathrm{H}} - m_{{}^4_2\mathrm{He}})\, c^2 = 26{,}73 \text{ MeV}.$$

Prin urmare, la fuziunea unui kilogram de hidrogen se eliberează o energie de aproximativ $6{,}25 \cdot 10^{14}$ J. Ținînd seama că rezerva de hidrogen din oceanele și mările globului terestru este apreciată la aproximativ $1{,}5 \cdot 10^{20}$ kg, rezultă că prin fuziunea acestuia s-ar obține energia $E = 9{,}4 \cdot 10^{34}$ J.

Dacă această energie a fi eliberată cu o putere egală cu cea pe care Pămîntul o primește de la Soare, aceasta ar ajunge pentru un timp

$$t = \frac{E}{P_t} = 1{,}733 \cdot 10^{10} \text{ ani},$$

adică o durată foarte mare.

Desigur, acest calcul ar putea părea liniștitor, deși perspectiva de a consuma întregul hidrogen de pe glob pentru eliberarea de energie nu este deloc atrăgătoare.

Deocamdată însă, omenirea n-a pus la punct procedee tehnico-economice de obținere controlată a energiei termonucleare.

Scanned with CamScanner

Cercetarea face mari eforturi în această direcție și există premize că se va izbuti, poate chiar mai curînd decît s-ar crede.

PRIORITATE RECUNOSCUTĂ

În orice istorie a științei sau a tehnicii, problemele de prioritate constituie un capitol delicat. Chiar în zilele noastre, cînd documentarea științifică este bine organizată în raport cu perioade mai îndepărtate, astfel de probleme sînt uneori greu de soluționat.

Istoria fizicii (și nu numai a acesteia) ne oferă multe exemple de situații în care o anumită descoperire a fost făcută independent de mai mulți deodată, pentru că dezvoltarea științei o impunea.

Fără îndoială că o descoperire într-un oarecare domeniu trebuie datată abia din momentul în care a fost exprimată cu suficientă claritate și precizie, pentru a putea influența progresul ulterior din respectivul domeniu.

Și odată ce a fost comunicată efectiv într-o astfel de formă, nu se mai poate pune problema criticării scrierii respective, pretinzîndu-i ca orice punct secundar să fie bine precizat. Atingerea perfecțiunii dintr-o dată nu este posibilă.

Recunoașterea priorității în știință și tehnică constituie pînă la urmă un act de echitate socială. Orice eroare care este posibil să apară trebuie incontestabil corectată. Ne vom referi la un exemplu.

Se știe că relația cantitativă dintre momentul magnetic al unui electron (magnetonul teoretic) și constantele electronului, e și m, cum și constanta lui Plank, h, a fost stabilită pentru prima dată în fizică, în anul 1912, de către eminentul om de știință român *Ștefan Procopiu* (1890—1972), fost profesor de fizică, în cea mai mare parte a vieții, la Universitatea din Iași.

Această relație a mai fost găsită independent și de alți cercetători, plecînd însă de la teoria lui N. Bohr, care a apărut în 1913.

Astfel au mai găsit-o Einstein în 1913, Chalmers în 1915 și Wereide în 1917, plecînd de la teoria lui Bohr, de aceea *magnetonul teoretic* a primit denumirea de așa-zisul *magneton a lui Bohr*.

Scanned with CamScanner

Magnetonul teoretic a avut un succes imens în fizică la timpul respectiv, deoarece acesta leagă magnetismul de fenomenele discontinue și de cuanta de energie a lui Planck.

Așadar prioritatea savantului român nu fusese recunoscută. Ulterior însă mari fizicieni cu renume ca P. Weiss, O. von Auwers în Müller — Pouillets, D. D. Ivanenko, ș.a. au recunoscut prioritatea lui Șt. Procopiu. Contribuția lui Șt. Procopiu la dezvoltarea fizicii cuantice se află la loc de cinste în țara noastră fiind inclusă în manualele școlare, iar în Standardul de Stat nr. 2848-72 magnetonul este numit și magnetonul „Bohr-Procopiu".

VITEZĂ DE CIRCULAȚIE NEPERMISĂ

Se povestește următoarea anecdotă despre fizicianul american *Robert William Wood* (1868—1955): Într-o zi a trecut cu autoturismul său la o intersecție de străzi cînd semaforul arăta culoarea roșie. Cînd polițistul a vrut să-l amendeze, fizicianul ar fi spus că viteza autoturismului era așa de mare încît culoarea semaforului roșu s-a transformat în verde.

Știind că lungimea de undă a luminii roșii este $\lambda_r = 687$ nm, iar a luminii verzi $\lambda_v = 527$ nm, ne punem firesc întrebarea: care ar fi trebuit să fi fost viteza autoturismului condus de R. W. Wood, astfel încît afirmația acestuia să fi fost adevărată?

Pentru a da răspuns la această întrebare, ne amintim că în conformitate cu efectul *Doppler*, dacă observatorul se mișcă față de sursa de lumină cu viteza v, iar viteza undei (a luminii) în mediul respectiv este c, atunci în cazul apropierii observatorului, frecvența percepută de acesta, va fi:

$$f' = f_0\left(1 + \frac{v}{c}\right), \qquad (1)$$

în care f_0 reprezintă frecvența undei percepute de un observator în repaus.

Dar:

$$f' = \frac{c}{\lambda_v}; \quad f_0 = \frac{c}{\lambda_r}. \qquad (2)$$

Scanned with CamScanner

Înlocuind (2) în (1) și explicitînd viteza v (în cazul nostru v reprezintă viteza autoturismului condus de R. W. Wood), avem:

$$v = c\left(\frac{\lambda_r}{\lambda_v} - 1\right). \qquad (3)$$

Substituind apoi valorile numerice în (3) se obține:

$$v = 3 \cdot 10^8 \left(\frac{687}{527} - 1\right) = 3 \cdot 10^8 \cdot 0{,}3036 \text{ m/s},$$

sau:

$$v \simeq 91 \cdot 10^6 \text{ m/s} = 91\,000 \text{ km/s}.$$

Concluzia ce se desprinde este că într-adevăr savantul putea fi amendat pentru ... această viteză nepermis de mare!

ȘI MARII FIZICIENI SE POT ÎNȘELA...

Istoria științei în general și istoria fizicii în special consemnează unele cazuri în care mari fizicieni, cu aport fundamental în știință, au manifestat neîncredere în aplicațiile unor fenomene sau fapte descoperite uneori chiar de ei înșiși. Citățm în cele ce urmează cîteva cazuri. *Galileo Galilei* crede că „*cometele sînt fenomene atmosferice și nu corpuri cerești*".

Fizicianul și chimistul irlandez *Robert Boyle* (1627—1691) afirmă: „*în vid, cîmpul magnetic dispare*". Experiența pe care a făcut-o Boyle consta în următoarele: sub un clopot de sticlă în care se face vid era suspendat un magnet, suspensie asigurată de un material magnetic. La un moment dat magnetul a căzut. Așadar „*a dispărut cîmpul magnetic*". În realitate însă magnetul căzuse nu din cauza vidului, ci din cauza trepidațiilor mașinii cu ajutorul căreia se făcea vid.

Fizicianul german *Heinrich Hertz* (1857—1894), care a dovedit experimental existența undelor electromagnetice prezise de teoria lui Maxwell „*nu crede și nu le prevede nici o aplicare în practică*". În ziua de astăzi însă undele electromagnetice descoperite de Hertz au aplicațiile cele mai spectaculoase.

Scanned with CamScanner

Marele fizician englez *Ernest Rutherford* produce în 1919 prima reacție nucleară,

$$^{14}_{7}\mathrm{N} + ^{4}_{2}\mathrm{He} \rightarrow ^{17}_{8}\mathrm{O} + ^{1}_{1}\mathrm{H},$$

dar în 1925 afirmă că „aceasta are interes mai mult *teoretic, din punctul de vedere al studiului structurii nucleului atomic*".

La 2 decembrie 1942, la numai cinci ani după moartea lui Rutherford, fizicianul italian *Enrico Fermi* pune în funcțiune primul reactor nuclear, într-o sală de sub stadionul din Chicago (unde Fermi se stabilise din 1939), ceea ce nu reprezintă altceva decît prima reacție nucleară controlată.

Albert Einstein (1879—1955) *„nu credea că poate fi obținută fisiunea nucleului atomic"*, dar tot el este semnatarul scrisorii înmînată în 1939 președintelui S.U.A., prin care îi atrage atenția asupra progreselor germanilor în domeniul atomic și determină în acest fel hotărîrea ca S.U.A. să înceapă în ritm febril lucrul pentru punerea la punct a bombei atomice, aplicație imediată a fisiunii nucleului atomic.

Iată deci că și marii fizicieni se pot înșela! Se cuvine însă să precizăm că neîncrederea manifestată de unii mari fizicieni în legătură cu aplicarea practică a propriilor lor descoperiri nu diminuează cîtuși de puțin meritul lor științific. Un exemplu elocvent în acest sens îl constituie deducerea teoretică de către fizicianul englez *Paul Dirac* (1902—1984) a existenței pozitronului. Nici Dirac nu a crezut în existența reală a pozitronului și s-a referit la calculele sale ca la niște realizări strict matematice, utile doar descrierii unor procese. Însă pozitronul a fost descoperit cu adevărat și Dirac a devenit profet fără s-o bănuiască. Nimeni însă nu încearcă să diminueze contribuția lui în știință din cauză că el însuși nu a crezut în profeția sa.

Mai tîrziu, Dirac a prezis existența polilor magnetici singulari, (monopolii magnetici), care însă nu au fost descoperiți, deși un timp Fermi a crezut în existența lor reală.

Nu se știe dacă Dirac era sigur că aceștia vor fi descoperiți. Dar dacă aceasta se va întîmpla, fără îndoială că lumea științifică îi va recunoaște lui Dirac paternitatea cuvenită.

Scanned with CamScanner

BIBLIOGRAFIE SELECTIVĂ

Alen, P. G. D., *Analiză matematică pentru economiști* (trad. din l. engleză) Editura Științifică, București, 1971.

Andonie, G. Șt., *Varia mathematica.* Editura Albatros, București, 1977.

Cerchez, M., și Dăneț, Th., *Probleme pentru aplicarea matematicii în practică.* Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982.

Cișman, Al., *Fizica generală,* vol. II. Editura Tehnică, București, 1960.

Cîmpan, Fl. T., *Povești despre numere măiestre.* Editura Albatros, București, 1981.

Drăgan, M., *Introducere matematică în fizica teoretică modernă,* vol. I. Editura Tehnică, București, 1957.

Gherbanovschi, N., Marinescu, N., și Gheorghiu, D., *Probleme de electromagnetism și electrotehnică.* Editura Didactică și Pedagog ică, București, 1975.

Halliday, D., și Resnick, R., *Fizica,* vol. II (trad. din l. engleză). Editura Didactică și Pedagogică, București, 1975.

Huțanu, Gh., *Principii și legi fundamentale în fizică.* Editura Albatros, București, 1983.

Kapița, P. L., *Experiment, teorie, practică* (trad. din l. rusă). Editura Politică, București, 1981.

Koch, F., și Heinrich, L., *Cum rezolvăm o problemă de fizică?* Edit ura Didactică și Pedagogică, București, 1971.

Ionescu, Th. V., *Electricitatea.* Editura Didactică și Pedagogică, București, 1962.

Perelman, I. I., *Fizica distractivă,* vol. I—II (trad. din l. rusă). Editura Tineretului, București, 1967.

Laue, Max von, *Istoria fizicii* (trad. din l. germană). Editura Științifică, București, 1965.

Plăvițu, C., ș.a., *Probleme de mecanică fizică și acustică.* Editura Didactică și Pedagogică, București, 1976.

Popescu-Ulmu, C., *Oameni de știință . . . Conexiuni . . . Gesturi frumoase.* Editura Albatros, București, 1981.

Roman, C., *Există un secret al celebrității?* Editura Politică, București, 1982.

Scanned with CamScanner

Rosman, H., și Savin, Gh., *Circuite electrice liniare*, vol. II. Institutul Politehnic Iași, 1974.

Selye, H., *De la vis la descoperire* (trad. din l. engleză). Editura Medicală, București, 1968.

Sfichi, R., *Probleme de optimizare în fizică*. În: Buletinul de fizică și chimie, vol. IV, 1980.

Sfichi, R., *Probleme de limită și extrem în fizică*. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1979.

Sfichi, R., *Surse energetice ale viitorului*. *În*: Buletinul de fizică și chimie, vol. VII, 1983.

Stanislaw, S., *Cum să ne păzim contra trăsnetelor* (trad. din l. polonă). Editura Tehnică, București, 1973.

Sterian, P., *Mecanica relativistă și noțiuni de teoria gravitației*. Editura Tehnică, București, 1979.

* * * Colecția revistei de fizică și chimie, publicație lunară pentru tineret, 1963—1984.

Scanned with CamScanner

CUPRINS

Prefață 5
Contradicția într-o problemă propusă de Aristotel 6
Răsturnarea Pămîntului de către Arhimede 7
Principiul timpului minim al lui Fermat și zborul ciorii 10
O problemă de „aliniere" și discuția ei 13
Problema silozului 16
Optimizarea și o problemă de optim în tracțiune 18
Celebritatea „mărului" în fizică 22
Stabilirea unor adevăruri în probleme de circulație 25
Compararea și omologarea unor recorduri sportive 28
Primele zboruri în Cosmos ale omului 32
Tunele imaginare prin Pămînt 37
„Bucla morții" 41
Imposibilitatea mișcării sistemului fără aport de energie din exterior 46
Hopa-Mitică 47
Catastrofa la rezonanță 52
O interesantă metodă de măsurare a accelerației gravitației terestre 61
Fizica și jocul de fotbal 64
Efectul Coandă 67
O sursă de energie „redescoperită" 70
Sursa de energie a fenomenelor capilare 74
Gerurile polare și explicația lor 76
Se poate vorbi de „temperatura la Soare"? 77
Rezistența arborilor la îngheț 78
Universul nu poate „muri termic" 79
Cîteva fenomene determinate de presiunea electrostatică 80
Prima sonerie electrică 87
Piroelectrizarea pietrelor prețioase 89
Pila electrică — element galvanic redescoperit? 89
O problemă a lui Lenz 91
Metoda lui P. Fermat de rezolvare a problemelor de optimizare în fizică 92

Scanned with CamScanner

„Numărul de aur" și o problemă de concurs internațional..... 95
Încălzirea între armăturile unui condensator..... 99
Acordarea primului ajutor celor electrocutați..... 10
Pedeapsă exagerată 1
Scurtcircuite și protecția împotriva lor 10
Puterea unui generator electric măsurată fără aparate electrice de măsură..... 10
Brichete cu aprindere prin efect piezoelectric..... 110
O analogie electromecanică 112
Culoarea cerului 115
Aurore polare..... 115
Refracția atmosferică. Mirajul 11
Fibre optice 11
Omul invizibil 12
Locul optim de amplasare a sursei luminoase..... 12
Curbura razelor de lumină în cîmp gravitațional..... 12
Paradoxul lui Langevin 13
Lumea animalelor și unele principii ale fizicii 13
Soarele — cel mai mare izvor de energie pentru Pămînt..... 13
Prioritate recunoscută..... 1
Viteză de circulație nepermisă 13
Și marii fizicieni se pot înșela 13
Bibliografie selectivă 14

Lector : G. FOLESCU
Tehnoredactor : GABRIELA ILIOPOLOS

Bun de tipar : 23.VI.1988. Apărut : 1988.
Comanda nr. 2832.
Coli de tipar : 9.

Scanned with CamScanner

Volumul cuprinde o suită de teme din fizica predată în liceu, prezentate sub forma unor aplicații, dintre care pot fi menționate: „Problema silozului", „Celebritatea mărului în fizică", „Tunele imaginare prin Pământ", „Catastrofa la rezonanță", „Efectul Coandă", „Fibre optice", „Omul invizibil" ș.a.

Scanned with CamScanner